

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Максимов Алексей Борисович

Должность: директор департамента по образовательной политике

Дата подписания: 03.10.2023 12:18:10

Уникальный идентификатор:

8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования**

**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**Факультет информационных технологий**

УТВЕРЖДЕНО

Декан факультета

Информационных технологий



/ Д.Г. Демидов /

«16» \_\_\_\_\_ 02 \_\_\_\_\_ 2023 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Математическая логика и дискретная математика»**

Направление подготовки/специальность

**09.03.02 Информационные системы и технологии**

Профиль/специализация

**«Программное обеспечение игровой компьютерной индустрии»**

Квалификация

**Бакалавр**

Формы обучения

**Очная**

Москва, 2023 г.

**Разработчик(и):**

к.ф-м.н., доцент

/ А.А.Набебин /

**Согласовано:**

Заведующий кафедрой

/ /

Заведующий кафедрой «Информатики и  
информационных технологий», к.т.н.



/ Е.В.Булатников/

## Содержание

1	Цели и задачи дисциплины .....	4
2	Место дисциплины в структуре образовательной программы .....	5
3	Структура и содержание дисциплины .....	5
3.1	Виды учебной работы и трудоемкость .....	5
3.2	Тематический план изучения дисциплины .....	6
3.3	Содержание дисциплины .....	8
3.4	Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий .....	15
3.5	Тематика курсовых проектов (курсовых работ) .....	22
4	Учебно-методическое и информационное обеспечение .....	22
4.1	Нормативные документы и ГОСТы .....	22
4.2	Основная литература .....	22
4.3	Дополнительная литература .....	22
4.4	Электронные образовательные ресурсы .....	23
4.5	Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение .....	23
4.6	Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы .....	23
5	Материально-техническое обеспечение .....	23
6	Методические рекомендации .....	23
6.1	Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения .....	23
6.2	Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .....	24
7	Фонд оценочных средств .....	24
7.1	Методы контроля и оценивания результатов обучения .....	24
7.2	Шкала и критерии оценивания результатов обучения .....	25
7.3	Оценочные средства .....	28

# 1 Цели и задачи дисциплины

К **основным целям** освоения дисциплины относится:

- формирование понимания студентами ключевых положений математической логики и теории алгоритмов, необходимых для практического использования на последующих этапах обучения и в профессиональной сфере деятельности будущего специалиста;
- изучение основ математической логики и теории алгоритмов и основных концепций, которые позволяют студентам получить базовое представление об эффективных способах решения логических и алгоритмических задач;
- формирование у студентов компетенций, связанных с базовыми понятиями, которые составляют основу математической логики и теории алгоритмов, и позволяют сделать процесс решения алгоритмических и логических задач более легким и эффективным;
- формирование у студентов навыков логического и алгоритмического мышления при реализации решения поставленной задачи;
- закрепление получаемых в семестре знаний и навыков на практике;
- формирование взаимосвязей, получаемых в семестре знаний и навыков с изученными ранее и изучаемых параллельно с данной дисциплиной;
- подготовка студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра.

К **основным задачам** дисциплины относятся:

- овладение навыками и приемами решения задач алгебры логики, логики предикатов, формальных логических порождающих аксиоматических систем, как теоретического фундамента (базиса), на котором строятся логические языки программирования Пролог, OBJ3, CafeOBJ и логические базы данных, а также как инструменты расчета некоторых узлов компьютеров;
  - овладение навыками и приемами решения задач теории алгоритмов, теории функциональных порождающих систем, являющихся теоретическим фундаментом (базисом), на котором строятся функциональные языки программирования Питон, Маткад, F-шарп, Лисп и др;
  - изучение и освоение теоретического материала, как в процессе контактной, так и в ходе самостоятельной работы;
  - выполнение предоставленных практических заданий различных форм, как в процессе контактной, так и в ходе самостоятельной работы;
- самостоятельная работа над тематикой дисциплины для формирования компетенций основной образовательной программы (далее, ООП).

Обучение по дисциплине «Математическая логика и дискретная математика» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

<b>Код и наименование компетенций</b>	<b>Индикаторы достижения компетенции</b>
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования ИОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением

	естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования ИОПК-1.3. Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности
ОПК-8. Способен применять математические модели, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем	ИОПК-8.1. Знает математику, методологию и основные методы математического моделирования, классификацию и условия применения моделей, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем, инструментальные средства моделирования и проектирования ИОПК-8.2. Умеет проводить моделирование процессов и систем с применением современных инструментальных средств ИОПК-8.3. Имеет навыки моделирования и проектирования информационных и автоматизированных систем

## 2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к числу учебных дисциплин обязательной части.

Дисциплина взаимосвязана логически и содержательно-методически со следующими дисциплинами и практиками ООП:

- Математический анализ;
- Линейная алгебра;
- Теория вероятностей и математическая статистика;
- Численные методы в компьютерных вычислениях.

## 3 Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы (144 академических часа).

### 3.1 Виды учебной работы и трудоемкость

№ п/п	Вид учебной работы	Количество часов	Семестр
			4
<b>1</b>	<b>Аудиторные занятия</b>	<b>54</b>	54
	В том числе:		
1.1	Лекции	18	18
1.2	Семинарские/практические занятия	36	36
<b>2</b>	<b>Самостоятельная работа</b>	<b>90</b>	90

<b>3</b>	<b>Промежуточная аттестация</b>		
	Зачет		зачет
	Итого:	<b>144</b>	144

### 3.2 Тематический план изучения дисциплины

№ п/п	Разделы/темы дисциплины	Трудоемкость, час					
		Всего	Аудиторная работа				Самостоятельная работа
			Лекции	Семинарские/практические занятия	Лабораторные занятия	Практическая подготовка	
1	Лекция 1. Математическая логика как логическая аксиоматическая порождающая система. Логика философская, формальная, математическая. Функции алгебры логики (фал). Формулы. Равносильные преобразования формул.	8	1	2			5
2	Лекция 2. Нормальные формы. ДНФ и КНФ. Лемма Шеннона о разложении функции. Совершенные нормальные формы СДНФ и СКНФ. Минимизация нормальных форм.	8	1	2			5
3	Лекция 3. Двойственные функции. Принцип двойственности. Линейные функции. Монотонные функции. Теорема Поста о функциональной полноте. Многочисленные логики.	8	1	2			5
4	Лекция 4. Логика предикатов (ЛП). Формулы. Выполнимость, невыполнимость, общезначимость, невыполнимость формул. Интерпретация формул. Равносильные преобразования формул.	8	1	2			5
5	Лекция 5. Префиксная нормальная форма. Стандартная форма Сколема. Проблема разрешимости в ЛП.	8	1	2			5
6	Лекция 6. Формально аксиоматическое исчисление высказываний (ИВ). Аксиоматика,	8	1	2			5

	правила вывода. Доказательство и доказуемые формулы. Производные правила вывода. Семантическая и синтаксическая полнота ИВ.						
7	Лекция 7. Формально аксиоматическое исчисление предикатов (ИП). Аксиоматика, правила вывода. Доказательство и доказуемые формулы. Семантическая полнота и синтаксическая неполнота (ИП).	8	1	2			5
8	Лекция 8. Аксиоматическая арифметика и понятие о теоремах Геделя.	8	1	2			5
9	Лекция 9. Логический язык программирования ПРОЛОГ как интерпретация (реализация) логических порождающих систем.	8	1	2			5
10	Лекция 10. Теория алгоритмов как функциональная порождающая система. Суперпозиция, примитивная рекурсия, минимизация. Примитивно рекурсивная функция (ПРФ).	8	1	2			5
11	Лекция 11. Конечные сумма и произведение. Примитивно рекурсивные предикаты (ПРП). Ограниченный оператор минимизации.	8	1	2			5
12	Лекция 12. Подстановка функций в предикат. Кусочное задание функции. Примитивная рекурсивность функций и предикатов $sg(x)$ , $x \cdot y$ , $ x - y $ , $x \neq y$ ; $x \leq y$ ; $x < y$ ; $x \geq y$ ; $x > y$ , $x!$ , $x^y$ , $[x/y]$ , $rest(x,y)$ , $x = y$ ; $\neg(x = y)$ ; $\neg(x \leq y)$ ; $\neg(x < y)$ ; $\neg(x \geq y)$ ; $\neg(x > y)$ Частично рекурсивная функция (ЧРФ). Тезис Черча.	8	1	2			5
13	Лекция 13. Машина Тьюринга (МТ). Вычисления на МТ. Композиция, ветвление, заикливание МТ.	8	1	2			5
14	Лекция 14. Вычисление суперпозиции, примитивной рекурсии, минимизации на МТ. Вычисление ЧРФ на МТ. Частичная рекурсивность вычислимых на МТ функций. Эквивалентность	8	1	2			5

	вчислительных возможностей ЧРФ и МТ. Форма Клини представления ЧРФ. Универсальная ЧРФ и ее представление Клини. Универсальная ЭВМ как реализация универсальной ЧРФ.						
15	Лекция 15. Алгоритмически неразрешимые проблемы. Теорема Клини о неподвижной точке и теорема Райса.	8	1	2			5
16	Лекция 16. Варианты алгоритмов: ассоциативные исчисления, системы подстановок, грамматики, продукции Поста, нормальные алгоритмы Маркова.	8	1	2			5
17	Лекция 17. Ограниченные машины Тьюринга – конечные автоматы и автоматные грамматики в создании языков программирования.	8	1	2			5
18	Лекция 18. Ограниченные машины Тьюринга – стековые автоматы и их КС-грамматики в создании языков программирования. Функциональные порождающие системы как базис (фундамент), на котором строятся функциональные языки программирования (Питон, Маткад, ЛИСП, F-шарп и др).	8	1	2			5
	<b>Промежуточная аттестация: экзамен</b>						
<b>Итого</b>		<b>144</b>	<b>18</b>	<b>36</b>			<b>90</b>

### 3.3 Содержание дисциплины

Л-1	Математическая логика как логическая аксиоматическая порождающая система.	1 ак.час
<b>Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Логика философская. Логика формальная. Логика математическая.</li> <li>• Функции алгебры логики (фал) или булевы функции.</li> <li>• Формулы. Равносильные преобразования формул.</li> </ul>		
<b>Контрольные вопросы:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Число всех бинарных наборов длины <math>n</math></li> <li>2. Определение функции алгебры логики.</li> <li>3. Число всех <math>n</math>-местных функций алгебры логики.</li> <li>4. Определение формулы над множеством функций <math>F</math>.</li> <li>5. Написать таблицы для конъюнкции, дизъюнкции, импликации, сложения по модулю 2, эквивалентности, штриха Шеффера, стрелки Пирса.</li> <li>6. Определение функционально замкнутого класса фал.</li> <li>7. Написать булевы свойства фал.</li> </ol>		



8.	Сформулировать правило подстановки.
9.	Определение булевой алгебры. Примеры булевых алгебр.
10.	Определение решетки.

Л-2	Нормальные формы.	1 ак.час
<b>Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ДНФ и КНФ.</li> <li>• Лемма Шеннона о разложении функции.</li> <li>• Совершенные нормальные формы СДНФ и СКНФ.</li> <li>• Минимизация нормальных форм.</li> </ul>		
<b>Контрольные вопросы:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение элементарной конъюнкции и дизъюнкции, ДНФ и КНФ.</li> <li>2. Сформулировать лемму Шеннона о разложении функции.</li> <li>3. Сформулировать теорему об СДНФ.</li> <li>4. Сформулировать теорему об СКНФ.</li> <li>5. Определение минимальной ДНФ для фал.</li> <li>6. Определение импликанта и простого импликанта для фал.</li> <li>7. Определение сокращенной ДНФ для фал.</li> <li>8. Сформулировать теорему Куайна о получении сокращенной ДНФ для фал.</li> <li>9. Определение тупиковой ДНФ для фал.</li> </ol>		

Л-3	Функции двойственные, линейные, монотонные, сохраняющие константу. Теорема Поста о функциональной полноте.	1 ак.час
<b>Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Двойственные функции.</li> <li>• Принцип двойственности.</li> <li>• Линейные функции.</li> <li>• Монотонные функции.</li> <li>• Функции, сохраняющие константу.</li> <li>• Теорема Поста о функциональной полноте.</li> <li>• <math>k</math>-значные логики.</li> </ul>		
<b>Контрольные вопросы:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение двойственной и самодвойственной функции.</li> <li>2. Сформулировать теорему о суперпозиции двойственных функций.</li> <li>3. Сформулировать теорему о замкнутости класса <math>S</math> самодвойственных функций относительно суперпозиции.</li> <li>4. Сформулировать критерий самодвойственности.</li> <li>5. Сформулировать лемму о несамодвойственной функции.</li> <li>6. Написать полином Жегалкина. Сформулировать теорему Жегалкина.</li> <li>7. Определение линейной функции. Сформулировать теорему о замкнутости класса <math>L</math> линейных функций относительно суперпозиции.</li> <li>8. Сформулировать лемму о нелинейной функции.</li> <li>9. Определение функции, сохраняющей константу <math>a</math>. Сформулировать теорему о замкнутости класса <math>T_a</math> сохраняющих константу <math>a</math> функций относительно суперпозиции.</li> <li>10. Определение монотонной функции. Сформулировать теорему о замкнутости класса <math>M</math> монотонных функций относительно суперпозиции.</li> <li>11. Сформулировать лемму о немонотонной функции. Критерий монотонности для фал.</li> <li>12. Сформулировать теорему Поста о функциональной полноте.</li> <li>13. Определение предполного класса фал. Перечислить предполные классы.</li> </ol>		
Сформулировать теорему Поста в терминах предполных классов.		

14. Задать основные функции  $k$ -значной логики.

Л-4	Логика предикатов (ЛП). Формулы. Выполнимость, невыполнимость, общезначимость, невыполнимость формул. Интерпретация формул. Равносильные преобразования формул.	1 ак.час
-----	---	----------

**Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:**

- Формулы в ЛП.
- Выполнимость, невыполнимость, общезначимость, невыполнимость формул.
- Интерпретация формул из ЛП.
- Равносильные преобразования формул в ЛП.

**Контрольные вопросы:**

1. Алфавит, термины, формулы, подформулы в ЛП.
2. Определение интерпретации формулы из ЛП.
3. Определение выполнимости формулы из ЛП.
4. Определение опровержимости формулы из ЛП.
5. Определение общезначимости (тавтологичности) формулы из ЛП.
6. Определение невыполнимости формулы из ЛП.
7. Определение равносильности (эквивалентности, равенства) формул из ЛП.
8. Сформулировать 18 основных эквивалентностей формул из ЛП.
9. Определение релятивизованных кванторов.

Л-5	Нормальная и стандартная формы формул в ЛП. Проблема разрешимости в ЛП.	1 ак.час
-----	---	----------

**Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:**

- Префиксная нормальная форма.
- Стандартная форма Сколема.
- Проблема разрешимости в ЛП.

**Контрольные вопросы:**

1. Определение префиксной нормальной формы для формулы в ЛП.
2. Сформулировать понятие о стандартной форме Сколема.
3. Сформулировать теорему Черча об алгоритмической неразрешимости формул из ЛП.
4. Сформулировать теорему о разрешимости  $\exists$ -формул в ЛП.
5. Сформулировать теорему о разрешимости  $\forall$ -формул в ЛП.
6. Сформулировать теорему о разрешимости монадических формул (формулы с только лишь одноместными предикатами) в ЛП.

Л-6	Формально аксиоматическое исчисление высказываний (ИВ).	1 ак.час
-----	---	----------

**Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:**

- Аксиоматика, правила вывода в ИВ.
- Доказательство и доказуемые формулы.
- Производные правила вывода.
- Семантическая полнота ИВ.
- Синтаксическая полнота ИВ.

**Контрольные вопросы:**

1. Алфавит, формулы, подформулы, интерпретация формул в ИВ.
2. Общезначимость, выполнимость, опровержимость, невыполнимость формул в ИВ.
3. Правило подстановки и правило заключения в ИВ.
4. Определение доказательства и доказуемой формулы в ИВ.
5. Правило одновременной подстановки в ИВ.
6. Сформулировать теорему дедукции в ИВ.

7.	Сформулировать правило силлогизма.
8.	Сформулировать правило контрапозиции.
9.	Сформулировать правило введения конъюнкции и правило введения дизъюнкции.
10.	Сформулировать правило приведения к абсурду.
11.	Сформулировать лемму о доказуемости формулы по значению на наборе.
12.	Сформулировать теорему о семантической полноте ИВ.
13.	Определение непротиворечивости и противоречивости аксиоматического исчисления.
14.	Определение синтаксической полноты аксиоматического исчисления.
15.	Сформулировать теорему о синтаксической полноте ИВ.

Л-7	Формально аксиоматическое исчисление предикатов (ИП).	1 ак.час
<b>Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Аксиоматика, правила вывода в ИП.</li> <li>• Доказательство и доказуемые формулы.</li> <li>• Семантическая полнота ИП.</li> <li>• Синтаксическая неполнота ИП.</li> </ul>		
<b>Контрольные вопросы:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Написать схемы аксиом для ИП.</li> <li>2. Написать аксиомы равенства для ИП.</li> <li>3. Написать аксиомы Бернаиса для ИП.</li> <li>4. Написать правило заключения, <math>\forall</math>-правило, <math>\exists</math>-правило для ИП.</li> <li>5. Определение доказательства и доказуемой формулы в ИП.</li> <li>6. Сформулировать теорему дедукции в ИП.</li> <li>7. Сформулировать теорему о непротиворечивости ИП.</li> <li>8. Сформулировать теорему Геделя о семантической полноте ИП.</li> <li>9. Что можно сказать о синтаксической полноте ИП?</li> </ol>		

Л-8	Аксиоматическая арифметика и понятие о теоремах Геделя.	1 ак.час
<b>Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:</b>		
Формальные символы, термы, формулы арифметики.		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Аксиоматика Пеано для арифметики.</li> <li>• Аксиомы равенства, аксиомы Бернаиса, аксиомы Пеано.</li> <li>• Теоремы Геделя об аксиоматической арифметике.</li> </ul>		
<b>Контрольные вопросы:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Формальные символы, термы, формулы арифметики.</li> <li>2. Написать логические схемы арифметических аксиом.</li> <li>3. Написать аксиомы равенства для аксиоматической арифметики Пеано.</li> <li>4. Написать аксиомы Бернаиса для арифметики Пеано.</li> <li>5. Написать правило заключения, <math>\forall</math>-правило, <math>\exists</math>-правило для арифметики Пеано.</li> <li>6. Написать арифметические аксиомы Пеано</li> <li>7. Сформулировать теорему Геделя об алгоритмической неразрешимости формул арифметики.</li> <li>8. Сформулировать теорему Геделя о семантической неполноте арифметики.</li> <li>9. Сформулировать теорему Геделя о наследственной семантической неполноте арифметики.</li> <li>10. Сформулировать теорему Геделя о невозможности доказать непротиворечивость арифметики внутри самой арифметики.</li> </ol>		

Л-9	Логический язык программирования Пролог.	1 ак.час
<b>Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:</b>		
Формальные символы, термы, формулы арифметики.		

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Типы данных в Прологе.</li> <li>• Унификация в Прологе.</li> <li>• Пролог программы</li> </ul>
<p><b>Контрольные вопросы:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Написать алфавит Пролога.</li> <li>2. Задание целых чисел.</li> <li>3. Задание вещественных чисел.</li> <li>4. Строинги.</li> <li>5. Переменные.</li> <li>6. Термы</li> <li>7. Списки. Голова и хвост списка.</li> <li>8. Конструктор.</li> <li>9. Факт, предикатная структура, предложение (правило, клауза).</li> <li>10. Пролог-программа.</li> </ol>

Л-10	Теория алгоритмов как функциональная порождающая система. Основные черты алгоритма.	1 ак.час
<p><b>Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Суперпозиция, примитивная рекурсия, минимизация.</li> <li>• Примитивно рекурсивная функция (ПРФ).</li> <li>• Функции, представимые термами.</li> <li>• Примитивная рекурсивность относительно совокупности функций.</li> </ul>		
<p><b>Контрольные вопросы:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение арифметической функции.</li> <li>2. Определение подстановки.</li> <li>3. Определение примитивной рекурсии.</li> <li>4. Исходные функции (примитивы).</li> <li>5. Определение примитивно рекурсивного описания (ПРО).</li> <li>6. Определение примитивно рекурсивной функции (ПРФ).</li> <li>7. ПРО для сложения и умножения.</li> <li>8. ПРО и ПРФ относительно совокупности функций.</li> <li>9. Теорема о функции, представимой термом.</li> </ol>		

Л-11	Примитивно рекурсивные предикаты (ПРП). Ограниченные кванторы.	1 ак.час
<p><b>Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Конечные сумма и произведение.</li> <li>• Примитивно рекурсивные предикаты (ПРП).</li> <li>• Ограниченный оператор минимизации.</li> </ul>		
<p><b>Контрольные вопросы:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение конечной суммы. Теорема о конечной сумме.</li> <li>2. Определение конечного произведения. Теорема о конечном произведении.</li> <li>3. Определение характеристической и представляющей функций для предиката.</li> <li>4. Определение ПРП.</li> <li>5. Определение ПРП относительно совокупности функций и предикатов..</li> <li>6. Теорема о примитивной рекурсивности конъюнкции, дизъюнкции, импликации, отрицания предикатов.</li> <li>7. Определение ограниченных кванторов существования и общности. Теорема об ограниченных кванторах.</li> <li>8. Определение ограниченного оператора мминимизации. Теорема об ограниченном операторе мю.</li> </ol>		

Л-12	Частично рекурсивная функция (ЧРФ). Тезис Черча.	1 ак.час
<b>Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Подстановка функций в предикат.</li> <li>• Кусочное задание функции.</li> <li>• Примитивная рекурсивность некоторых функций и предикатов. Частично рекурсивная функция (ЧРФ). Тезис Черча.</li> <li>• Примитивно рекурсивные предикаты (ПРП).</li> <li>• Ограниченный оператор минимизации.</li> </ul>		
<b>Контрольные вопросы:</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение и теорема о подстановке функций в предикат.</li> <li>2. Теорема о замкнутости класса ПРП относительно подстановки ПРФ в ПРП.</li> <li>3. Теорема о кусочном задании функции.</li> <li>4. Примитивная рекурсивность функций и предикатов <math>sg(x)</math>, <math>x \cdot y</math>, <math> x - y </math>, <math>x \neq y</math>; <math>x \leq y</math>; <math>x &lt; y</math>; <math>x \geq y</math>; <math>x &gt; y</math>, <math>x!</math>, <math>x^y</math>, <math>[x/y]</math>, <math>rest(x,y)</math>, <math>x = y</math>; <math>\neg(x = y)</math>; <math>\neg(x \leq y)</math>; <math>\neg(x &lt; y)</math>; <math>\neg(x \geq y)</math>; <math>\neg(x &gt; y)</math>.</li> <li>5. Примитивная рекурсивность функций и предикатов <math>Div(x,y)</math>, <math>Even(x)</math>, <math>Odd(x)</math>, <math>Pr(x)</math>, <math>p(x)</math>, <math>exp(i,x)</math>.</li> <li>6. Определение частично рекурсивного описания (ЧРО) и частично рекурсивной функции (ЧРФ).</li> <li>7. Сформулировать тезис Черча.</li> </ol>		

Л-13	Машина Тьюринга (МТ). Синтез машин Тьюринга.	1 ак.час
<b>Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Вычисления на МТ.</li> <li>• Композиция МТ.</li> <li>• Ветвление МТ.</li> <li>• Заикливание МТ.</li> </ul>		
<b>Контрольные вопросы:</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение детерминированной машины Тьюринга (ДМТ).</li> <li>2. Определение ситуации для МТ.</li> <li>3. Определение начальной и заключительной ситуации.</li> <li>4. Определение вычисления на МТ.</li> <li>5. Определение композиции машин Тьюринга.</li> <li>6. Определение ветвления машин Тьюринга.</li> <li>7. Определение Заикливания машин Тьюринга.</li> </ol>		

Л-14	Машины Тьюринга в однобуквенном (унарном) алфавите.	1 ак.час
<b>Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Вычисление на МТ суперпозиции, примитивной рекурсии, минимизации.</li> <li>• Вычисление ЧРФ на МТ.</li> <li>• Частичная рекурсивность вычислимых на МТ функций.</li> <li>• Эквивалентность вычислительных возможностей ЧРФ и МТ.</li> <li>• Форма Клини представления ЧРФ.</li> </ul>		
<b>Контрольные вопросы:</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Машины <math>A, B, C, D</math>.</li> <li>2. Машины <math>L, L^k, R, R^k, P, V</math>.</li> <li>3. Машины <math>L, L^k, R, R^k, P, V</math>.</li> <li>4. Машины <math>T_m, T_m^k, K_m, S</math>.</li> <li>5. Теорема о замкнутости класса правильно вычислимых функций (ПВФ) относительно суперпозиции.</li> <li>6. Теорема о замкнутости класса ПВФ относительно примитивной рекурсии.</li> </ol>		

7.	Теорема о замкнутости класса ПВФ относительно операции минимизации.
8.	Теорема о правильной вычислимости некоторой машиной Тьюринга всякой ЧРФ.
9.	Теорема о частичной рекурсивности всякой правильно вычислимой на МТ функции.
10.	Форма Клини представления ЧРФ.

Л-15	Универсальная ЧРФ.	1 ак.час
<b>Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Построение универсальной ЧРФ.</li> <li>• Форма Клини для универсальной ЧРФ.</li> <li>• Алгоритмически неразрешимые проблемы.</li> <li>• Теорема Клини о неподвижной точке и теорема Райса.</li> </ul>		
<b>Контрольные вопросы:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение универсальной функции.</li> <li>2. Написать универсальную ЧРФ в форме Клини.</li> <li>3. Теорема о несуществовании универсальной ОРФ для всех ОРФ.</li> <li>4. Теорема о существовании универсальной ОРФ для всех ПРФ.</li> <li>5. Теорема о несуществовании универсальной ПРФ для всех ПРФ.</li> <li>6. Теорема об алгоритмической неразрешимости проблемы самоприменимости машин Тьюринга.</li> <li>7. Сформулировать теорему Клини о неподвижной точке.</li> <li>8. Сформулировать теорему Райса об алгоритмической нераспознаваемости свойств ЧРФ.</li> </ol>		

Л-16	Варианты алгоритмов.	1 ак.час
<b>Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ассоциативные исчисления.</li> <li>• Системы подстановок.</li> <li>• Грамматики.</li> <li>• Продукции Поста.</li> <li>• Нормальные алгоритмы Маркова.</li> </ul>		
<b>Контрольные вопросы:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение ассоциативного исчисления.</li> <li>2. Определение системы подстановок (полусистем Туэ).</li> <li>3. Определение грамматики.</li> <li>4. Определение продукций Поста и теорема Поста о неразрешимости проблемы сочетаемости Поста.</li> <li>5. Нормальные алгоритмы Маркова и теорема Маркова о неразрешимости проблемы представимости матриц.</li> </ol>		

Л-17	Ограниченные машины Тьюринга – конечные автоматы (КА).	1 ак.час
<b>Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Конечные автоматы.</li> <li>• Конечно - автоматные грамматики (КА-грамматики).</li> </ul>		
<b>Контрольные вопросы:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение конечного автомата.</li> <li>2. Автоматная представимость словарных множеств.</li> <li>3. Булевы операции над словарными множествами и их представимость конечными автоматами.</li> <li>4. Определение КА- грамматики.</li> </ol>		

Л-18	Ограниченные машины Тьюринга – стековые автоматы.	1 ак.час
<p><b>Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Стековые автоматы (СА).</li> <li>• Контекстно свободные грамматики (КС-грамматики).</li> <li>• КА, СА, КА-грамматики, КС-грамматики как математические инструменты при построении компиляторов для языков программирования.</li> <li>• Функциональные порождающие системы как базис (фундамент), на котором строятся функциональные языки программирования (Питон, Маткад, ЛИСП, F-шарп и др).</li> </ul>		
<p><b>Контрольные вопросы:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение стекового автомата.</li> <li>2. Представимость словарных множеств стековыми автоматами.</li> <li>3. Определение КС грамматики.</li> <li>4. Представимость словарных множеств КС-грамматиками.</li> <li>5. Функциональные порождающие системы как базис (фундамент), на котором строятся функциональные языки программирования (Питон, Маткад, ЛИСП, F-шарп и др).</li> </ol>		

### 3.4 Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий

С-1	Задание функций алгебры логики (фал).	2 ак. часа
<p><b>Выполняемые практические задания:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Задать фал таблицей истинностных значений.</li> <li>• Задать фал множеством <math>M_1</math> десятичных эквивалентов двоичных (бинарных) наборов, на которых функция принимает значение 1.</li> <li>• Задать фал множеством <math>M_0</math> десятичных эквивалентов двоичных (бинарных) наборов, на которых функция принимает значение 0.</li> <li>• Задать фал картой Карно.</li> <li>• Упростить формулы и построить для них схемы из функциональных элементов.</li> <li>• Для данной функции написать СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина.</li> </ul>		
<p><b>Контрольные вопросы:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Число всех бинарных наборов длины <math>n</math></li> <li>2. Число всех <math>n</math>-местных функций алгебры логики.</li> <li>3. Написать таблицы для конъюнкции, дизъюнкции, импликации, сложения по модулю 2, эквивалентности, штриха Шеффера, стрелки Пирса.</li> <li>4. Написать булевы свойства фал.</li> <li>5. Для данных формул построить таблицу истинностных значений.</li> </ol>		

С-2	Нормальные формы.	2 ак. часа
<p><b>Выполняемые практические задания:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ДНФ и КНФ.</li> <li>• Лемма Шеннона о разложении функции.</li> <li>• Совершенные нормальные формы СДНФ и СКНФ.</li> <li>• Минимизация нормальных форм.</li> </ul>		
<p><b>Контрольные вопросы:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение элементарной конъюнкции и дизъюнкции, ДНФ и КНФ.</li> <li>2. Сформулировать лемму Шеннона о разложении функции.</li> <li>3. Сформулировать теорему об СДНФ.</li> <li>4. Сформулировать теорему об СКНФ.</li> <li>5. Определение минимальной ДНФ для фал.</li> <li>6. Определение импликанта и простого импликанта для фал.</li> <li>7. Определение сокращенной ДНФ для фал.</li> <li>8. Сформулировать теорему Куайна о получении сокращенной ДНФ для фал.</li> </ol>		

9. Определение тупиковой ДНФ для фал.

С-3	Функции двойственные, линейные, монотонные, сохраняющие константу. Теорема Поста о функциональной полноте.	2 ак. часа
-----	--	------------

**Выполняемые практические задания:**

- Двойственные функции.
- Принцип двойственности.
- Линейные функции.
- Монотонные функции.
- Функции, сохраняющие константу.
- Теорема Поста о функциональной полноте.
- $k$ -значные логики.

**Контрольные вопросы:**

1. Определение двойственной и самодвойственной функции.
2. Сформулировать теорему о суперпозиции двойственных функций.
3. Сформулировать теорему о замкнутости класса  $S$  самодвойственных функций относительно суперпозиции.
4. Сформулировать критерий самодвойственности.
5. Сформулировать лемму о несамодвойственной функции.
6. Написать полином Жегалкина. Сформулировать теорему Жегалкина.
7. Определение линейной функции. Сформулировать теорему о замкнутости класса  $L$  линейных функций относительно суперпозиции.
8. Сформулировать лемму о нелинейной функции.
9. Определение функции, сохраняющей константу  $a$ . Сформулировать теорему о замкнутости класса  $T_a$  сохраняющих константу  $a$  функций относительно суперпозиции.
10. Определение монотонной функции. Сформулировать теорему о замкнутости класса  $M$  монотонных функций относительно суперпозиции.
11. Сформулировать лемму о немонотонной функции. Критерий монотонности для фал.
12. Сформулировать теорему Поста о функциональной полноте.
13. Определение предполного класса фал. Перечислить предполные классы. Сформулировать теорему Поста в терминах предполных классов.
14. Задать основные функции  $k$ -значной логики.

С-4	Логика предикатов (ЛП). Формулы. Выполнимость, невыполнимость, общезначимость, неаполнимость формул. Интерпретация формул. Равносильные преобразования формул.	2 ак. часа
-----	--	------------

**Выполняемые практические задания:**

- Формулы в ЛП.
- Выполнимость, невыполнимость, общезначимость, невыполнимость формул.
- Интерпретация формул из ЛП.
- Равносильные преобразования формул в ЛП.

**Контрольные вопросы:**

1. Алфавит, термины, формулы, подформулы в ЛП.
2. Определение интерпретации формулы из ЛП.
3. Определение выполнимости формулы из ЛП.
4. Определение опровержимости формулы из ЛП.
5. Определение общезначимости (тавтологичности) формулы из ЛП.
6. Определение невыполнимости формулы из ЛП.
7. Определение равносильности (эквивалентности, равенства) формул из ЛП.
8. Сформулировать 18 основных эквивалентностей формул из ЛП.
9. Определение релятивизованных кванторов.



С-5	Нормальная и стандартная формы формул в ЛП. Проблема разрешимости в ЛП.	2 ак. часа
<p><b>Выполняемые практические задания:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Префиксная нормальная форма.</li> <li>• Стандартная форма Сколема.</li> <li>• Проблема разрешимости в ЛП.</li> </ul>		
<p><b>Контрольные вопросы:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение префиксной нормальной формы для формулы в ЛП.</li> <li>2. Сформулировать понятие о стандартной форме Сколема.</li> <li>3. Сформулировать теорему Черча об алгоритмической неразрешимости формул из ЛП.</li> <li>4. Сформулировать теорему о разрешимости <math>\exists</math>-формул в ЛП.</li> <li>5. Сформулировать теорему о разрешимости <math>\forall</math>-формул в ЛП.</li> <li>6. Сформулировать теорему о разрешимости монадических формул (формул с только лишь одноместными предикатами) в ЛП.</li> </ol>		

С-6	Формально аксиоматическое исчисление высказываний (ИВ).	2 ак. часа
<p><b>Выполняемые практические задания:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Аксиоматика, правила вывода в ИВ.</li> <li>• Доказательство и доказуемые формулы.</li> <li>• Производные правила вывода.</li> <li>• Семантическая полнота ИВ.</li> <li>• Синтаксическая полнота ИВ.</li> </ul>		
<p><b>Контрольные вопросы:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Алфавит, формулы, подформулы, интерпретация формул в ИВ.</li> <li>2. Общезначимость, выполнимость, опровержимость, невыполнимость формул в ИВ.</li> <li>3. Правило подстановки и правило заключения в ИВ.</li> <li>4. Определение доказательства и доказуемой формулы в ИВ.</li> <li>5. Правило одновременной подстановки в ИВ.</li> <li>6. Сформулировать теорему дедукции в ИВ.</li> <li>7. Сформулировать правило силлогизма.</li> <li>8. Сформулировать правило контрапозиции.</li> <li>9. Сформулировать правило введения конъюнкции и правило введения дизъюнкции.</li> <li>10. Сформулировать правило приведения к абсурду.</li> <li>11. Сформулировать лемму о доказуемости формулы по значению на наборе.</li> <li>12. Сформулировать теорему о семантической полноте ИВ.</li> <li>13. Определение непротиворечивости и противоречивости аксиоматического исчисления.</li> <li>14. Определение синтаксической полноты аксиоматического исчисления.</li> </ol> <p>Сформулировать теорему о синтаксической полноте ИВ.</p>		

С-7	Формально аксиоматическое исчисление предикатов (ИП).	2 ак. часа
<p><b>Выполняемые практические задания:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Аксиоматика, правила вывода в ИП.</li> <li>• Доказательство и доказуемые формулы.</li> <li>• Семантическая полнота ИП.</li> <li>• Синтаксическая неполнота ИП.</li> </ul>		
<p><b>Контрольные вопросы:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Написать схемы аксиом для ИП.</li> <li>2. Написать аксиомы равенства для ИП.</li> <li>3. Написать аксиомы Бернаиса для ИП.</li> </ol>		

4.	Написать правило заключения, $\forall$ -правило, $\exists$ -правило для ИП.
5.	Определение доказательства и доказуемой формулы в ИП.
6.	Сформулировать теорему дедукции в ИП.
7.	Сформулировать теорему о непротиворечивости ИП.
8.	Сформулировать теорему Геделя о семантической полноте ИП.
9.	Что можно сказать о синтаксической полноте ИП?

С-8	Аксиоматическая арифметика и понятие о теоремах Геделя.	2 ак. часа
<b>Выполняемые практические задания:</b>		
Формальные символы, термы, формулы арифметики.		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Аксиоматика Пеано для арифметики.</li> <li>• Аксиомы равенства, аксиомы Бернаиса, аксиомы Пеано.</li> <li>• Теоремы Геделя об аксиоматической арифметике.</li> </ul>		
<b>Контрольные вопросы:</b>		
1. Формальные символы, термы, формулы арифметики.		
2. Написать логические схемы арифметических аксиом.		
3. Написать аксиомы равенства для аксиоматической арифметики Пеано.		
4. Написать аксиомы Бернаиса для арифметики Пеано.		
5. Написать правило заключения, $\forall$ -правило, $\exists$ -правило для арифметики Пеано.		
6. Написать арифметические аксиомы Пеано		
7. Сформулировать теорему Геделя об алгоритмической неразрешимости формул арифметики.		
8. Сформулировать теорему Геделя о семантической неполноте арифметики.		
9. Сформулировать теорему Геделя о наследственной семантической неполноте арифметики.		
10. Сформулировать теорему Геделя о невозможности доказать непротиворечивость арифметики внутри самой арифметики.		

С-9	Логический язык программирования Пролог.	2 ак. часа
<b>Выполняемые практические задания:</b>		
Формальные символы, термы, формулы арифметики.		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Типы данных в Прологе.</li> <li>• Унификация в Прологе.</li> <li>• Пролог программы.</li> </ul>		
<b>Контрольные вопросы:</b>		
1. Написать алфавит Пролога.		
2. Задание целых чисел.		
3. Задание вещественных чисел.		
4. Строинги.		
5. Переменные.		
6. Термы		
7. Списки. Голова и хвост списка.		
8. Конструктор.		
9. Факт, предикатная структура, предложение (правило, клауза).		
10. Пролог-программа.		

С-10	Теория алгоритмов как функциональная порождающая система. Основные черты алгоритма.	2 ак. часа
<b>Выполняемые практические задания:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Суперпозиция, примитивная рекурсия, минимизация.</li> <li>• Примитивно рекурсивная функция (ПРФ).</li> </ul>		

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Функции, представимые термами.</li> <li>• Функции, представимые термами.</li> </ul>
<b>Контрольные вопросы:</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение арифметической функции.</li> <li>2. Определение подстановки.</li> <li>3. Определение примитивной рекурсии.</li> <li>4. Исходные функции (примитивы).</li> <li>5. Определение примитивно рекурсивного описания (ПРО).</li> <li>6. Определение примитивно рекурсивной функции (ПРФ).</li> <li>7. ПРО для сложения и умножения.</li> <li>8. ПРО и ПРФ относительно совокупности функций.</li> <li>9. Теорема о функции, представимой термом.</li> </ol>

C-11	Примитивно рекурсивные предикаты (ПРП). Ограниченные кванторы.	2 ак. часа
<b>Выполняемые практические задания:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Конечные сумма и произведение.</li> <li>• Примитивно рекурсивные предикаты (ПРП).</li> <li>• Ограниченный оператор минимизации.</li> </ul>		
<b>Контрольные вопросы:</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение конечной суммы. Теорема о конечной сумме.</li> <li>2. Определение конечного произведения. Теорема о конечном произведении.</li> <li>3. Определение характеристической и представляющей функций для предиката.</li> <li>4. Определение ПРП.</li> <li>5. Определение ПРП относительно совокупности функций и предикатов.</li> <li>6. Теорема о примитивной рекурсивности конъюнкции, дизъюнкции, импликации, отрицания предикатов.</li> <li>7. Определение ограниченных кванторов существования и общности. Теорема об ограниченных кванторах.</li> <li>8. Определение ограниченного оператора минимизации. Теорема об ограниченном операторе мю.</li> </ol>		

C-12	Частично рекурсивная функция (ЧРФ). Тезис Черча.	2 ак. часа
<b>Выполняемые практические задания:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Подстановка функций в предикат.</li> <li>• Кусочное задание функции.</li> <li>• Примитивная рекурсивность некоторых функций и предикатов. Частично рекурсивная функция (ЧРФ). Тезис Черча.</li> <li>• Примитивно рекурсивные предикаты (ПРП).</li> <li>• Ограниченный оператор минимизации.</li> </ul>		
<b>Контрольные вопросы:</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение и теорема о подстановке функций в предикат.</li> <li>2. Теорема о замкнутости класса ПРП относительно подстановки ПРФ в ПРП.</li> <li>3. Теорема о кусочном задании функции.</li> <li>4. Примитивная рекурсивность функций и предикатов <math>sg(x)</math>, <math>x \cdot y</math>, <math> x - y </math>, <math>x \neq y</math>; <math>x \leq y</math>; <math>x &lt; y</math>; <math>x \geq y</math>; <math>x &gt; y</math>, <math>x!</math>, <math>x^y</math>, <math>[x/y]</math>, <math>rest(x,y)</math>, <math>x = y</math>; <math>\neg(x = y)</math>; <math>\neg(x \leq y)</math>; <math>\neg(x &lt; y)</math>; <math>\neg(x \geq y)</math>; <math>\neg(x &gt; y)</math>.</li> <li>5. Примитивная рекурсивность функций и предикатов <math>Div(x,y)</math>, <math>Even(x)</math>, <math>Odd(x)</math>, <math>Pr(x)</math>, <math>p(x)</math>, <math>exp(i,x)</math>.</li> </ol>		

6.	Определение частично рекурсивного описания (ЧРО) и частично рекурсивной функции (ЧРФ).
7.	Сформулировать тезис Черча.

C-13	Машина Тьюринга (МТ). Синтез машин Тьюринга.	2 ак. часа
<b>Выполняемые практические задания:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Вычисления на МТ.</li> <li>• Композиция МТ.</li> <li>• Ветвление МТ.</li> <li>• Заикливание МТ.</li> </ul>		
<b>Контрольные вопросы:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение детерминированной машины Тьюринга (ДМТ).</li> <li>2. Определение ситуации для МТ.</li> <li>3. Определение начальной и заключительной ситуации.</li> <li>4. Определение вычисления на МТ.</li> <li>5. Определение композиции машин Тьюринга.</li> <li>6. Определение ветвления машин Тьюринга.</li> <li>7. Определение заикливания машин Тьюринга.</li> </ol>		

C-14	Машины Тьюринга в однобуквенном (унарном) алфавите.	2 ак. часа
<b>Выполняемые практические задания:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Вычисление на МТ суперпозиции, примитивной рекурсии, минимизации.</li> <li>• Вычисление ЧРФ на МТ.</li> <li>• Частичная рекурсивность вычислимых на МТ функций.</li> <li>• Эквивалентность вычислительных возможностей ЧРФ и МТ.</li> <li>• Форма Клини представления ЧРФ.</li> </ul>		
<b>Контрольные вопросы:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Машины <math>A, B, C, D</math>.</li> <li>2. Машины <math>L, L^k, R, R^k, P, V</math>.</li> <li>3. Машины <math>L, L^k, R, R^k, P, V</math>.</li> <li>4. Машины <math>T_m, T_m^k, K_m, S</math>.</li> <li>5. Теорема о замкнутости класса правильно вычислимых функций (ПВФ) относительно суперпозиции.</li> <li>6. Теорема о замкнутости класса ПВФ относительно примитивной рекурсии.</li> <li>7. Теорема о замкнутости класса ПВФ относительно операции минимизации.</li> <li>8. Теорема о правильной вычислимости некоторой машиной Тьюринга всякой ЧРФ.</li> <li>9. Теорема о частичной рекурсивности всякой правильно вычисляемой на МТ функции.</li> <li>10. Форма Клини представления ЧРФ.</li> </ol>		

C-15	Универсальная ЧРФ.	2 ак. часа
<b>Выполняемые практические задания:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Построение универсальной ЧРФ.</li> <li>2. Форма Клини для универсальной ЧРФ.</li> <li>3. Алгоритмически неразрешимые проблемы.</li> <li>4. Теорема Клини о неподвижной точке и теорема Райса.</li> </ol>		
<b>Контрольные вопросы:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение универсальной функции.</li> <li>2. Написать универсальную ЧРФ в форме Клини.</li> </ol>		

3.	Теорема о несуществовании универсальной ОРФ для всех ОРФ.
4.	Теорема о существовании универсальной ОРФ для всех ПРФ.
5.	Теорема о несуществовании универсальной ПРФ для всех ПРФ.
6.	Теорема об алгоритмической неразрешимости проблемы самоприменимости машин Тьюринга.
7.	Сформулировать теорему Клини о неподвижной точке.
8.	Сформулировать теорему Райса об алгоритмической нераспознаваемости свойств ЧРФ.

С-16	Варианты алгоритмов.	2 ак. часа
<b>Выполняемые практические задания:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ассоциативные исчисления.</li> <li>• Системы подстановок.</li> <li>• Грамматики.</li> <li>• Продукции Поста.</li> <li>• Нормальные алгоритмы Маркова.</li> </ul>		
<b>Контрольные вопросы:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение ассоциативного исчисления.</li> <li>2. Определение системы подстановок (полусистем Туэ).</li> <li>3. Определение грамматики.</li> <li>4. Определение продукций Поста и теорема Поста о неразрешимости проблемы сочетаемости Поста.</li> <li>5. Нормальные алгоритмы Маркова и теорема Маркова о неразрешимости проблемы представимости матриц.</li> </ol>		

С-17	Ограниченные машины Тьюринга – конечные автоматы (КА).	2 ак. часа
<b>Выполняемые практические задания:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Конечные автоматы.</li> <li>• Конечно - автоматные грамматики (КА-грамматики).</li> </ul>		
<b>Контрольные вопросы:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение конечного автомата.</li> <li>2. Автоматная представимость словарных множеств.</li> <li>3. Булевы операции над словарными множествами и их представимость конечными автоматами.</li> <li>4. Определение КА- грамматики.</li> </ol>		

Л-18	Ограниченные машины Тьюринга – стековые автоматы.	2 ак. часа
<b>Выполняемые практические задания:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Стековые автоматы (СА).</li> <li>2. Контекстно свободные грамматики (КС-грамматики).</li> <li>3. КА, СА, КА-грамматики, КС-грамматики как математические инструменты при построении компиляторов для языков программирования.</li> <li>4. Функциональные порождающие системы как базис (фундамент), на котором строятся функциональные языки программирования (Питон, Маткад, ЛИСП, F-шарп и др).</li> </ol>		
<b>Контрольные вопросы:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение стекового автомата.</li> <li>2. Представимость словарных множеств стековыми автоматами.</li> <li>3. Определение КС грамматики.</li> </ol>		

- |  |
|--|
| <ol style="list-style-type: none"><li>4. Представимость словарных множеств КС-грамматиками.</li><li>5. Функциональные порождающие системы как базис (фундамент), на котором строятся функциональные языки программирования (Питон, Маткад, ЛИСП, F-шарп и др).</li></ol> |
|--|

### 3.5 Тематика курсовых проектов (курсовых работ)

Курсовые проекты/задания по данной дисциплине не предусмотрены.

## 4 Учебно-методическое и информационное обеспечение

### 4.1 Нормативные документы и ГОСТы

1. <https://fgos.ru/fgos/fgos-01-03-02-prikladnaya-matematika-i-informatika-9/2>. "Положения об организации образовательного процесса в Московском Политехническом университете"

### 4.2 Основная литература

1. Набебин А.А. Дискретная математика. М.: Научный мир, 2010. 509с.
2. Набебин А.А. Сборник заданий по дискретной математике. М.: Научный мир, 2009. 280с.
3. Авдошин С. М., Набебин А. А. Дискретная математика. Модулярная алгебра, криптография, кодирование. – М.: ДМК Пресс, 2017. – 352 с.
4. Авдошин С. М., Набебин А. А. Дискретная математика. Формально логические системы и языки. – М.: ДМК Пресс, 2018. – 352 с.
5. Авдошин С. М., Набебин А. А. Дискретная математика. Алгоритмы: теория и практика. – М.: ДМК Пресс, 2019. – 282 с.
6. Набебин А.А., Кораблин Ю.П. Математическая логика и теория алгоритмов. М.: Научный мир, 2008. – 282 с.

### 4.3 Дополнительная литература

1. Новиков П.С. Элементы математической логики. М.: Наука, 1973.
2. Колмогоров А.Н., Драгалин А.Г. Математическая логика. Введение в математическую логику. Едиториал УРСС, 2013. – 240 с.
3. Гринченков Д.В., Потоцкий С.И. Математическая логика и теория алгоритмов для программистов. М.: КноРус, 2012. – 206 с.
4. Гуц А.К. Математическая логика и теория алгоритмов. М.: Либерком, 2009. – 120 с.
5. Клини С.К. Введение в метаматематику. М.: Либроком, 2008. – 526 с.
6. Клини С.К. Математическая логика. М.: ЛКИ, 2008. – 482 с.
7. Лавров И.А. Математическая логика. М.: Академия, 2006. – 240 с.
8. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. М.: Физматлит, 2004. – 256 с.
9. Локшин А.А., Сагомоян Е.А. Логика и множества. М.: Вузовская книга, 2002. – 64 с.
10. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. М.: Либроком, 2010. – 161 с.
11. Непейвода Н.Н. Прикладная логика. Новосибирск, НГУ, 2000. - 494 с.

12. Черч А. Введение в математическую логику. Том 1. М.: Либроком, 2009. – 482 с.
13. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. М.: Физматлит, 2011. – 356 с.

#### **4.4 Электронные образовательные ресурсы**

<https://online.mospolytech.ru/enrol/index.php?id=6538>

#### **4.5 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение**

Не предусмотрено

#### **4.6 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

1. <https://elenph.org/>
2. <https://www.philosophy.ru/>
3. <https://iphlib.ru/library>

### **5 Материально-техническое обеспечение**

Лекционные и семинарские занятия должны проводиться в обычных учебных аудиториях с большой меловой доской.

Для проведения лекционных и практических занятий специального программного обеспечения для освоения дисциплины не требуется.

Требования к программному обеспечению не предусмотрены

### **6 Методические рекомендации**

#### **6.1 Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения**

Методика преподавания дисциплины и реализация компетентного подхода в изложении и восприятии материала предусматривает использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков у обучающихся:

- посещение лекций;
- выполнение практических заданий на семинарах;
- индивидуальные и групповые консультации студентов преподавателем, в том числе в виде защиты выполненных заданий в рамках самостоятельной работы;
- посещение профильных конференций и работа на мастер-классах экспертов и специалистов индустрии.

Самостоятельная внеаудиторная работа студентов составляет 50% от общего объема дисциплины и состоит из:

- выполнению практических заданий;
- повторения и систематизации лекционного материала;

- чтения литературы и освоения дополнительного материала в рамках тематики дисциплины;
- подготовки к текущей аттестации;
- подготовки к промежуточной аттестации.

При подготовке к занятиям следует предварительно проработать материал занятия, предусмотрев его подачу точно в отведенное для этого время занятия. Следует подготовить необходимые материалы – теоретические сведения, задачи и др. При проведении занятия следует контролировать подачу материала и решение заданий с учетом учебного времени, отведенного для занятия.

При проверке работ и отчетов следует учитывать не только правильность выполнения заданий, но и оптимальность выбранных методов решения, правильность выполнения всех его шагов.

При организации и проведения экзаменов в практико-ориентированной форме следует использовать утвержденные кафедрой Методические рекомендации.

## **6.2 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Изучение дисциплины осуществляется в строгом соответствии с целевой установкой в тесной взаимосвязи учебным планом. Основой теоретической подготовки студентов являются аудиторские занятия.

В процессе самостоятельной работы студенты закрепляют и углубляют знания, полученные во время аудиторских занятий, дорабатывают конспекты и записи, готовятся к проведению и обрабатывают результаты лабораторных работ, готовятся к промежуточной аттестации, а также самостоятельно изучают отдельные темы учебной программы.

На занятиях студентов, в том числе предполагающих практическую деятельность, осуществляется закрепление полученных, в том числе и в процессе самостоятельной работы, знаний. Особое внимание обращается на развитие умений и навыков установления связи положений теории с профессиональной деятельностью будущего специалиста.

Самостоятельная работа осуществляется индивидуально. Контроль самостоятельной работы организуется в двух формах:

- самоконтроль и самооценка студента;
- контроль со стороны преподавателей (текущий и промежуточный).

Критериями оценки результатов самостоятельной работы студента являются:

- уровень освоения студентом учебного материала;
- умения студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- сформированность компетенций;
- оформление материала в соответствии с требованиями.

## **7 Фонд оценочных средств**

### **7.1 Методы контроля и оценивания результатов обучения**

В процессе обучения используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций.

В семестре изучения дисциплины обязательное выполнение домашних индивидуальных заданий, экзаменов.



## 7.2 Шкала и критерии оценивания результатов обучения

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю).

Показатель:	Критерии оценивания			
	Допороговое значение	Пороговое значение		
	2	3	4	5
<b>ОПК-1.</b> Способен применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности				
ИОПК-1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие материалу дисциплины знаний, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Знать» (см. п. 3).	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих знаний, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Знать» (см. п. 3). Допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность знаний, по ряду показателей, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями при их переносе на новые ситуации.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих знаний, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Знать» (см. п. 3). Но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях.	Обучающийся демонстрирует полное соответствие следующих знаний, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Знать» (см. п. 3). Свободно оперирует приобретенными знаниями.
ИОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общепрофессиональных знаний, методов математического анализа и моделирования	Обучающийся не умеет или в недостаточной степени умеет выполнять действия, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Уметь» (см. п. 3).	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие умений, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Уметь» (см. п. 3). Допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность умений, по ряду показателей, обучающийся испытывает	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие умений, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Уметь» (см. п. 3). Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	Обучающийся демонстрирует полное соответствие умений, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Уметь» (см. п. 3). Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

		значительные затруднения при оперировании умениями при их переносе на новые ситуации.		
ИОПК-1.3. Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	Обучающийся не владеет или в недостаточной степени владеет приемами, методами и иными умениями, указанными в индикаторах компетенций дисциплины «Владеть» (см. п. 3).	Обучающийся в неполном объеме владеет приемами, методами и иными умениями, указанными в индикаторах компетенций дисциплины «Владеть» (см. п. 3). Допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность владения навыками по ряду показателей. Обучающийся испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	Обучающийся частично владеет приемами, методами и иными умениями, указанными в индикаторах компетенций дисциплины «Владеть» (см. п. 3). Навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	Обучающийся в полном объеме владеет приемами, методами и иными умениями, указанными в индикаторах компетенций дисциплины «Владеть» (см. п. 3). Свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности.
<b>ОПК-8.</b> Способен применять математические модели, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем				
ИОПК-8.1. Знает математику, методологию и основные методы математического моделирования, классификацию и условия применения моделей, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем, инструментальные средства моделирования и проектирования	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие материалу дисциплины знаний, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Знать» (см. п. 3).	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующим знаниям, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Знать» (см. п. 3). Допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность знаний, по ряду показателей,	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующим знаниям, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Знать» (см. п. 3). Но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях.	Обучающийся демонстрирует полное соответствие следующим знаниям, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Знать» (см. п. 3). Свободно оперирует приобретенными знаниями.

		обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями при их переносе на новые ситуации.		
ИОПК-8.2. Умеет проводить моделирование процессов и систем с применением современных инструментальных средств	Обучающийся не умеет или в недостаточной степени умеет выполнять действия, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Уметь» (см. п. 3).	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие умений, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Уметь» (см. п. 3). Допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность умений, по ряду показателей, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании умениями при их переносе на новые ситуации.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие умений, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Уметь» (см. п. 3). Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	Обучающийся демонстрирует полное соответствие умений, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Уметь» (см. п. 3). Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
ИОПК-8.3. Имеет навыки моделирования и проектирования информационных и автоматизированных систем	Обучающийся не владеет или в недостаточной степени владеет приемами, методами и иными умениями, указанными в индикаторах компетенций дисциплины «Владеть» (см. п. 3).	Обучающийся в неполном объеме владеет приемами, методами и иными умениями, указанными в индикаторах компетенций дисциплины «Владеть» (см. п. 3). Допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность владения навыками по ряду показателей. Обучающийся	Обучающийся частично владеет приемами, методами и иными умениями, указанными в индикаторах компетенций дисциплины «Владеть» (см. п. 3). Навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	Обучающийся в полном объеме владеет приемами, методами и иными умениями, указанными в индикаторах компетенций дисциплины «Владеть» (см. п. 3). Свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности.

		испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях.		
--	--	---	--	--

### 7.3 Оценочные средства

Промежуточная аттестация обучающихся в форме зачёта проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине (модулю), при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю) проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине (модулю) методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) выставляется оценка «зачтено» или «не зачтено».

К промежуточной аттестации допускаются только студенты, выполнившие все виды учебной работы, предусмотренные рабочей программой дисциплины. При этом используется балльно-рейтинговая система, включающая следующие критерии оценки.

Критерий	Значение критерия
Выполнение и защита лабораторных работ в срок	+5 баллов за каждую защищенную на отлично лабораторную работу;
Невыполнение и/или не защита (защита с оценкой «неудовлетворительно») лабораторных работ.	+1 балл за каждую защищенную на хорошо лабораторную работу.
Выполнение экзаменационного задания	Максимальное значение критерия – не более 20 баллов.

Максимальная сумма набираемых по дисциплине баллов – 100. С началом каждого нового семестра изучения дисциплины набранные баллы обнуляются и рейтинг студента ведется заново. Перевод набранных баллов в оценку промежуточной аттестации производится согласно следующей таблице.

Оценка по балльно-рейтинговой системе	Оценка по итоговой аттестации
0 ... 49	Не зачтено
55 ... 100	Зачтено

#### 7.3.1 Типовой билет для промежуточной аттестации

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ» (МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)
--

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1  
по дисциплине  
«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА И ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ»  
направление подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника  
ВОПРОСЫ:

1. Лемма Шеннона о разложении функции алгебры логики по компонентам.
2. Теорема.  $\neg p \rightarrow p$ . Доказать.
3. Практическое задание. Преобразовать формулу  $(x \rightarrow y) \rightarrow ((\neg(x \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow yz)))$  в ДНФ.
4. Теорема Клини о неподвижной точке.

Утверждено: \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ / «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

### 7.3.2 Типовые практические задания

1. Для данной формулы построить таблицу истинностных значений и определить, является ли формула а) общезначимой, б) выполнимой, в) опровержимой, г) невыполнимой.

$$\overline{x} (y \vee \overline{z}) \equiv (xy \vee xz).$$

2. Построить СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина для функции  $f(x_1, x_2, x_3)$ , заданной множеством  $M_1 = \{1, 4, 6, 7\}$ . десятичных эквивалентов двоичных наборов, на которых  $f$  принимает значение 1.

3. Найти все тупиковые и все минимальные ДНФ определенной функции 10101001.

4. Заданную систему булевых функций  $(x + y \& \neg z) \rightarrow z, \neg x \& y$  исследовать на полноту с помощью теоремы Поста.

5. Преобразовать формулу  $(x \rightarrow y) \rightarrow ((\neg(x \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow yz)))$  в ДНФ.