МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
Московский политехнический университет

УТВЕРЖДАЮ
Декан транспортного факультета
________________/П. Итурралде/
« 28 » 08 2021 г.

Рабочая программа дисциплины
Уравнения математической физики

Специальность

23.05.01 Наземные транспортно-технологические средства

Профиль подготовки (образовательная программа)

«Компьютерное моделирование транспортных средств»

Квалификация (степень) выпускника
инженер

Форма обучения
Очная

Москва 2021

1. Цели освоения дисциплины

К **основным целям** освоения дисциплины «Уравнения математической физики» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- - формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

К **основным задачам** освоения дисциплины «Уравнения математической физики» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения важных для практических приложений задач оптимизации;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ООП специалитета

Дисциплина «Уравнения математической физики» относится к элективным дисциплинам. Ее изучение базируется на дисциплине «Высшая математика». Дисциплина обеспечивает изучение дисциплин:

- математика;
- физика;
- теоретическая механика.
- сопротивление материалов;
- прикладная теория колебаний;
- динамика машин;
- вычислительная механика;
- прикладные методы расчетов на прочность;
- основы физики прочности и механика разрушения;
- строительная механика машин.
- основы вариационного исчисления;
- теория упругости;
- теория пластичности;
- теория ползучести.

В дисциплинах по выбору студента:

- устойчивость деформируемых систем;
- математическое моделирование транспортно – технологических средств;
- элементы математического моделирования физических процессов.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции и должны быть достигнуты следующие результаты обучения как этап формирования соответствующих компетенций:

Код компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
УК-1	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	**знать:** • актуальные проблемы современного научного и технического развития, философские проблемы саморазвития и самореализации человека в области математики и технических наук **уметь:** • абстрактно мыслить, обобщать, систематизировать и анализировать полученную информацию **владеть:** • на основе освоения основных положений, законов и методов математики владеть способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу информации

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **3** зачетные единицы, т.е. **108** академических часов (из них **54** часа – самостоятельная работа студентов).

Дисциплина «Уравнения математической физики» изучается на втором курсе в третьем семестре. При этом на лекции выделяется **1** час в неделю (**18** часов), на практические занятия – **2** часа в неделю (**36** часов), форма контроля - экзамен.

Структура и содержание дисциплины «Уравнения математической физики» по срокам и видам работы отражены в Приложении 1.

Содержание разделов дисциплины

Введение

Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке специалиста, связь с другими дисциплинами.

Раздел 1. Гармонический анализ.

Тема 1. Цель изучения раздела – подготовка математического аппарата для решения уравнений математической физики.

Постановка основной задачи гармонического анализа. Ортогональность тригонометрических функций. Разложение в ряд Фурье функций с периодом $T = 2\pi$. Формулы коэффициентов Фурье. Условия Дирихле. Теорема о разложимости периодических функций в ряд Фурье. Ряд Фурье для четных и нечетных функций. Разложение в ряд Фурье функций с произвольным периодом. Особенности разложения непериодических функций, понятие их периодического продолжения. Применение рядов Фурье для решения краевых задач.

Тема 2. Обобщённый ряд Фурье. Ортонормированные системы функций. Получение системы ортогональных базисных функций с помощью задачи на собственные значения для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Раздел 2. Дифференциальные уравнения математической физики

Тема 1. Основные понятия и определения. Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными 2-го порядка. Основные уравнения математической физики. Постановка краевых и начально-краевых задач для них, их физический смысл.

Тема 2. Вывод волнового уравнения. Решение однородного гиперболического уравнения с однородными граничными условиями методом разделения переменных. Задачи о малых свободных колебаниях струны, о продольных колебаниях стержня.

Тема 3. Решение неоднородного гиперболического уравнения с однородными граничными условиями методом разложения по собственным функциям однородной задачи. Задача о вынужденных колебаниях струны при отсутствии начальных возмущений и при неоднородных начальных условиях. Редукция общей начально-краевой задачи для неоднородного гиперболического уравнения к задаче с однородными граничными условиями.

Тема 4. Решение однородного волнового уравнения в круговой области. Уравнение и функции Бесселя. Осесимметричные колебания круговой мембраны.

Тема 5. Решения начально-краевых задач для однородного и неоднородного параболического уравнения с однородными и неоднородными граничными условиями.

Тема 6. Постановка краевых задач для уравнения Лапласа. Фундаментальные решения уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольной области. Решение неоднородного эллиптического уравнения с однородными граничными условиями. Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области в двойных тригонометрических рядах Фурье.

Тема 7. Уравнение Гельмгольца. Решение в круговой области. Решение Навье неоднородного бигармонического уравнения – задача об изгибе шарнирно опертой пластины.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

Методика преподавания дисциплины «Уравнения математической физики» и реализация компетентностного подхода в изложении и восприятии материала предусматривают использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся:

– защита и индивидуальное обсуждение выполняемых этапов расчетно-графических работ;

- привлечение лучших студентов к консультированию отстающих.

– организация и проведение текущего контроля знаний студентов в форме бланкового тестирования;

– проведение интерактивных занятий по процедуре подготовки к интернет-тестированию на сайтах: *i-exam.ru, fepo.ru;*

– использование интерактивных форм текущего контроля в форме аудиторного и внеаудиторного интернет-тестирования;

итоговый контроль состоит в устном экзамене по математике с учетом результатов выполнения самостоятельных работ.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определен главной целью образовательной программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием дисциплины «Уравнения математической физики» и в целом по дисциплине составляет 50% аудиторных занятий. Занятия лекционного типа составляют 33 % от объема аудиторных занятий.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

В процессе обучения используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций:

- одна расчетно-графическая работа.

Расчетно-графическая работа № 1. Часть 1. Ряды Фурье Применение рядов Фурье к интегрированию обыкновенных дифференциальных уравнений.

Её краткое содержание:

разложение в ряд Фурье непериодической функции на отрезке $[-l, l]$; применение рядов Фурье для решения краевых задач; разложение в обобщённый ряд Фурье функции на отрезке [$-l$, l]; нахождение собственных функций параболического, гиперболического или эллиптического уравнения;

Расчетно-графическая работа № 1. Часть 2. Решение уравнений математической физики.

Её краткое содержание:

Построение решений в виде обобщенного ряда Фурье однородного и неоднородного уравнений параболического гиперболического и эллиптического типов с различными вариантами краевых условий.

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, прием РГР.

Образцы тестовых заданий, заданий РГР, контрольных вопросов и заданий для проведения текущего контроля, экзаменационных билетов приведены в Приложении 2.

6.1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Уравнения математической физики»

6.1.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции

Код Компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать
УК-1	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий

В процессе освоения образовательной программы данные компетенции, в том числе их отдельные компоненты, формируются поэтапно в ходе освоения обучающимися дисциплины в соответствии с учебным планом и календарным графиком учебного процесса.

6.1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых по итогам освоения дисциплины, описание шкал оценивания

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине.

УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	
Показатель	**Критерии оценивания**

	2	3	4	5
знать: актуальные проблемы современного научного и технического развития, философские проблемы саморазвития и самореализации человека в области математики и технических наук	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний контролируемых разделов математики: не способен аргументированно и последовательно излагать материал, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний программе: допускаются ошибки, проявляется недостаточное, поверхностное знание теории, сути методов. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.	Обучающийся демонстрирует достаточно глубокие знания контролируемых разделов дисциплины, отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности или дает недостаточно полные ответы	Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний программе дисциплины, логично и аргументированно отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные, показывает высокий уровень теоретической подготовки
уметь: абстрактно мыслить, обобщать, систематизировать и анализировать полученную информацию	Обучающийся показывает недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделями или затрудняется с ответом	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: решение задач, умение пользоваться методами математической физики. В решении задач могут содержаться грубые ошибки, проявляется недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: применять теоретические методы к решению задач. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения	Обучающийся демонстрирует умение применять теорию к решению предлагаемых задач, правильно и полно строить решения математических задач. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
владеть: на основе освоения основных положений, законов и методов мате-	Обучающийся не владеет или в совершенно недостаточной степени владеет навыками применения теоретического аппарата и различных математи-	Обучающийся владеет математическими методами в неполном объеме, допускаются значительные ошибки, проявляется недо-	Обучающийся частично владеет методами математической физики, навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности,	Обучающийся в полном объеме владеет методами математической физики, свободно приме-

матики владеть способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу информации	ческих методов к решению задач	статочность владения математической техникой, испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	няет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности.

Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации и её описание:

Форма промежуточной аттестации: экзамен

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Шкала оценивания	**Описание**
Отлично	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при переносе знаний и умений на новые, нестандартные задачи.
Хорошо	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности, задачи решает с недочетами, не влияющими на общий ход решения.

Удовлетворительно	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. Но показывает неглубокие знания, при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами, в решении задач могут содержаться грубые ошибки. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.
Неудовлетворительно	Не выполнены **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями.

Фонды оценочных средств представлены в приложении 2 к рабочей программе.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Полянин, А. Д. Уравнения и задачи математической физики в 2 ч. Часть 1: справочник для вузов / А. Д. Полянин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 261 с. URL: https://urait.ru/bcode/452278
2. Уравнения математической физики: теория и практика: учебное пособие / составители В. Г. Абдрахманов, Г. Т. Булгакова. — 2-е изд., стер. — Москва: ФЛИНТА, 2019. — 338 с. URL: https://e.lanbook.com/book/122548

б) дополнительная литература:

1. Лошкарев, А. И. Смешанные задачи для уравнений математической физики. Метод Фурье: методические указания / А. И. Лошкарев, Т. В. Облакова. — Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. — 52 с. URL: https://e.lanbook.com/book/103573

в) программное обеспечение и интернет-ресурсы:

Программное обеспечение не предусмотрено.

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте mospolytech.ru в разделе: «Центр математического образования» (*http://mospolytech.ru/index.php?id=4486*);

Варианты контрольных заданий по дисциплине представлены на сайтах: *http://i-exam.ru, http:// fepo.ru.*

Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:

http://exponenta.ru, http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для освоения дисциплины:
www.matematikalegko.ru>studentu, www.i-exam.ru.

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы, представленные на сайте электронно-библиотечной системы Издательства Лань (https://e.lanbook.com/).
http://function-x.ru/tests_higher_math.html Тесты по высшей математике.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.
Для проведения учебных занятий используются:
- лекционные аудитории и аудитории для проведения практических занятий, в том числе, оснащенные мультимедийным оборудованием для проведения аудиторных занятий (проектор, ноутбук, микрофон и т.д.);
- для работы со специализированным программным обеспечением во время интерактивных практических занятий имеются компьютерные классы университета.

9. Методические рекомендации для самостоятельной работы студентов

Применение классического метода решения линейных дифференциальных уравнений в частных производных (изучение таких уравнений второго порядка и составляет предмет математической физики) – метода разделения переменных предполагает использование тригонометрических рядов Фурье (одинарных и двойных). Этот раздел не излагался студентам на первом курсе при изучении дисциплины «Математика». Поэтому изучение курса уравнений математической физики начинается с основ гармонического анализа – теории рядов Фурье.

В этом разделе курса следует обратить внимание на замечательную особенность тригонометрических синусов и косинусов – их ортогональность, знать условия разложимости функции в ряд Фурье, четко различать различные случаи разложимости функции в ряд Фурье в зависимости от вида функции, от интервала, на котором она определена. Полезно при этом начинать с построения графика функции – тогда сразу будет ясно, является ли она четной или нечетной или произвольного вида.

Раздел математики, посвященный уравнениям математической физики, является чрезвычайно важным для приложений, так как большинство физических процессов различной природы моделируется именно линейными дифференциальными уравнениями в частных производных.

При изучении уравнений математической физики следует, прежде всего обратить внимание на классификацию уравнений. Всё многообразие уравнений математической физики может быть разделено на три класса. Уравнения каждого класса обладают общими свойствами решений. В каждом из этих классов есть простейшее уравнение, называемое *каноническим*. Принадлежность уравнения к тому или иному классу определяется соотношением между коэффициентами при старших производных.

Особое внимание надо обратить на постановки начально-краевых задач для уравнений гиперболического, параболического типов и краевых задач для уравнений эллиптического типа.

Любое дифференциальное уравнение математической физики имеет бесчисленное множество решений. Для получения единственного решения необходимо задание дополнительных условий, которые позволяют однозначно описать конкретный физический процесс. Количество и вид этих условий зависят от характера и порядка производных, входящих в уравнение, от формы области, в которой ищется решение уравнения, от характера взаимодействия рассматриваемого тела (или процесса в выделенном теле) с окружающей средой. В общем случае дополнительными условиями могут быть *начальные* и *граничные условия*.

Начальные условия описывают состояние объекта в начальный момент времени. Для уравнения гиперболического типа ставятся два начальных условия соответственно второму порядку производной по времени, входящей в уравнение. Они характеризуют величины отклонений и скоростей точек объекта (струны, стержня и др.) в начальный момент времени. Для уравнения параболического типа ставится одно начальное условие, что соответствует первому порядку производной по времени (если искомая функция в уравнении теплопроводности $u(x,t)$ – температура в произвольном сечении стержня в любой момент времени t, то начальным условием задаётся распределение температуры по длине стержня в начальный момент времени $t = 0$).

Граничные условия для волнового уравнения (если оно описывает, например, поперечные колебания струны конечных размеров) характеризуют поведение концов струны в процессе колебаний и зависят от характера их закрепления.

Для уравнения теплопроводности стержня граничные условия имеют существенно различный вид в зависимости от характера теплообмена концов стержня с окружающей средой.

Для уравнения эллиптического типа, как и для уравнения параболического типа, также различают разные краевые задачи в зависимости от условий на контуре рассматриваемой области.

Поэтому постановка задачи математической физики включает задание дифференциального уравнения в частных производных, описывающего исследуемый процесс, а также в общем случае граничных и начальных условий, позволяющих получить единственное решение.

Если задача математической физики поставлена корректно, то её решение существует, единственно и устойчиво к малым изменениям исходных данных.

Требование непрерывной зависимости решения от исходных данных обусловлено тем, что физические данные, характеризующие начальное состояние системы, определяются, как правило, экспериментально, и всегда с некоторой погрешностью. Поэтому необходима уверенность в том, что малая погрешность в исходных данных будет приводить лишь к малой погрешности в решении, то есть решение задачи не должно существенно зависеть от погрешностей измерений.

Из-за ограниченности объема курса рассматриваются, в основном, метод разделения переменных Фурье и его модификация для решения неоднородных уравнений – метод разложения по собственным функциям однородной задачи. Студенту надо осмыслить идею метода разделения переменных – сведение задачи для дифференциального уравнения в частных производных к принципиально более простой задаче решения независимых друг от друга обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (причем важно, что разделение переменных происходит и в граничных условиях). Надо обратить внимание на единство подхода к решению уравнений различного типа. Так, при решении однородных уравнений методом разделения переменных и для гиперболических, и для параболических и для эллиптических уравнений на первом этапе решение сводится к задаче на собственные значения (задаче Штурма-Лиувилля).

При решении неоднородных уравнений методом разложения по собственным функциям также сначала решается однородная краевая задача, что позволяет найти собственные функции, удовлетворяющие граничным условиям. По ним далее и раскладываются в ряды искомые функции и правые части уравнений, что приводит (при решении волнового уравнения и уравнения теплопроводности) к задаче Коши для неоднородных обыкновенных дифференциальных уравнений.

Следует также обратить внимание на то, что решение методом разделения переменных возможно не всегда, а во многих случаях приводит к так называемым специальным функциям, например, при решении уравнений математической физики в круговых областях.

10. Методические рекомендации для преподавателя

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал является для них новым, не изучавшимся ни в программе средней школы, ни в классических разделах высшей математики на первом курсе. Однако он вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра.

Вошедшие в курс ряды Фурье и уравнения математической физики практически имеют очень широкое распространение для решения разного рода естественнонаучных задач. Их освоение поможет студентам успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках её проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Соображения и рекомендации, приведенные в п. 9 рабочей программы для студентов, должны быть четко сформулированы и изложены именно преподавателем на лекциях, практических занятиях и консультациях.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно – тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и студенческих научно-технических конференциях и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

Приложение 1

Структура и содержание дисциплины

«Уравнения математической физики»

по направлению подготовки

23.05.01 «Наземные транспортно-технологические средства»

Профиль

«Компьютерное моделирование транспортных средств»

Квалификация (степень) выпускника:

(Инженер)

очная форма обучения

n/n	**Раздел**	**Семестр**	**Неделя Семестра**	**Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость в часах**					**Виды самостоятельной работы Студентов**					**Формы атте-стации**	
				Л	**П/С**	**Лаб**	**СРС**	**КСР**	**К.Р.**	**К.П.**	**РГР**	**Реферат**	**К/р**	**Э**	**З**
Третий семестр															
1.1	**Раздел 1. Гармонический анализ.** Постановка основной задачи гармонического анализа. Ортогональность тригонометрических функций. Разложение в ряд Фурье функций с периодом $T=2\pi$. Формулы коэффициентов Фурье. Условия Дирихле. Теорема о разложимости периодических функций в ряд Фурье. **Выдача первой части РГР по рядам Фурье**	3	1	2	2		3				+				

1.2	Ряд Фурье для четных и нечетных функций. Разложение в ряд Фурье функций с произвольным периодом. Особенности разложения непериодических функций, понятие их периодического продолжения.	3	2		2		3								
1.3	Применение рядов Фурье для решения краевых задач.	3	3	2	2		3								
1.4	Обобщённый ряд Фурье. Ортонормированные системы функций. Получение системы ортогональных базисных функций с помощью задачи на собственные значения для обыкновенных дифференциальных уравнений. **Самостоятельная работа №1 (в аудитории)**	3	4		2		3						+		
1.5	**Раздел 2. Дифференциальные уравнения математической физики.** Основные понятия и определения. Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными 2-го порядка. Основные уравнения математической физики. Постановка краевых и начально-краевых задач, физический смысл начальных и граничных условий. **Выдача второй части РГР по уравнениям математической физики**	3	5	2	2		3				+				
1.6	Вывод волнового уравнения на примере задачи о свободных малых колебаний струны. Решение однородного гиперболического уравнения с однородными	3	6		2		3								

	граничными условиями методом разделения переменных.														
1.7	Физическое истолкование решения задачи о собственных колебаниях струны. Стоячие волны. Постановка и решение задачи о продольных колебаниях стержня	3	7	2	2		3								
1.8	Решение неоднородного гиперболического уравнения с однородными граничными условиями методом разложения по собственным функциям однородной задачи. Задача о вынужденных колебаниях струны при отсутствии начальных возмущений	3	8		2		3								
1.9	Задача о вынужденных колебаниях струны с учетом начальных возмущений. Редукция общей начально-краевой задачи для неоднородного гиперболического уравнения с неоднородными краевыми условиями.	3	9	2	2		3								
1.10	Решение однородного волнового уравнения в круговой области. Уравнение и функции Бесселя. Осесимметричные колебания круговой мембраны.	3	10		2		3								
1.11	Вывод уравнения теплопроводности стержня. Решение начально-краевой задачи для однородного параболического уравнения с однородными граничными условиями методом разделения переменных.	3	11	2	2		3								
1.12	Решение неоднородного уравнения теплопроводности стержня методом разложения по собственным функциям однородной задачи.	3	12		2		3						+		

1.13	Постановка краевых задач для уравнения Лапласа. Фундаментальные решения уравнения Лапласа. Решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в случае цилиндрической и сферической симметрии	3	13	2	2		3								
1.14	Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольной области методом разделения переменных.	3	14		2		3								
1.15	Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области в двойных тригонометрических рядах Фурье **Самостоятельная работа №2 (в аудитории)**	3	15	2	2		3						+		
1.16	Уравнение Гельмгольца. Решение в круговой области. Задача на собственные значения с условием периодичности	3	16		2										
1.17	Бигармоническое уравнение. Уравнение Софи-Жермен – Лагранжа. Решение Навье задачи об изгибе шарнирно опертой пластины в двойных тригонометрических рядах Фурье	3	17	2	2		3								
1.18	Обзорное практическое занятие	3	18		2		3								
	Форма аттестации		**19-21**											**Э**	
	Всего часов по дисциплине в третьем семестре			**18**	**36**		**54**				**1 РГР**		**2 сам. раб.**		

Приложение 2

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Направление подготовки:
23.05.01 «НАЗЕМНЫЕ ТРАНСПОРТНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕСРЕДСТВА»
Профиль
«КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ»
Квалификация (степень) выпускника:
Инженер
Форма обучения: очная

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Уравнения математической физики

Москва, 2021год

Таблица 1

ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

Уравнения математической физики					
ФГОС ВО 23.05.01 «Наземные транспортно-технологические средства (уровень специалитета)» **Профиль «Динамика и прочность транспортно-технологических систем»**					
В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие **общекультурные, общепрофессиональные и профессиональные компетенции**:					
КОМПЕТЕНЦИИ		**Перечень компонентов**	**Технология формирования компетенций**	**Форма оценочного средства****	**Степени уровней освоения компетенций**
ИНДЕКС	**ФОРМУЛИРОВКА**				
УК-1	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	**Знать:** - основные методы гармонического анализа и математической физики, и на этой основе развить способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу **уметь:** абстрактно мыслить, обобщать, систематизировать и анализировать полученную информацию **владеть:** на основе освоения основных методов гармонического анализа и математической физики способностью к абстрактному мышлению, анализу и синтезу информации	лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия	УО РГР	**Базовый уровень** -**в**ладеет навыками работы с основными понятиями и методами математической физики в рамках дисциплины; - осознает необходимость повышения квалификации и самостоятельно овладевать знаниями в области профессиональной деятельности **Повышенный уровень** -свободно владеет методами и принципами приобретения, использования и обновления более глубоких математических знаний; -свободно владеет различными способами сбора, обработки и применения математической информации

**- Сокращения форм оценочных средств см. в приложении 2 к РП.

Перечень оценочных средств по дисциплине

<u>Уравнения математической физики</u>

Таблица 2

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Контрольная (самостоятельная) работа (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
2	Расчетно-графическая работа (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы
3	Устный опрос собеседование, (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
5	Экзаменационные билеты (ЭБ)	Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий.	Экзаменационные билеты. Шкала оценивания и процедура применения.
Промежуточная аттестация (ПА)		Экзамен (Э)	1) устно (У) 2) письменно (П)

Оформление и описание оценочных средств

1. Билеты к экзамену

1.1. Назначение: Используются для проведения промежуточной аттестации по дисциплине " Уравнения математической физики".
1.2. Регламент зачета: - Время на подготовку тезисов ответов - до 45 мин.
- Способ контроля: устные ответы.
1.3. Шкала оценивания:
"Отлично"- если студент глубоко и прочно освоил весь материал программы обучения, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при изменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения.
"Хорошо"- если студент твёрдо знает программный материал, грамотно и по существу его излагает, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.
"Удовлетворительно" - если студент освоил только основной материал программы, но не знает отдельных тем, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность изложения программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.
"Неудовлетворительно" - если студент не знает значительной части программного материала, допускает серьёзные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания.

Каждое задание экзаменационного билета оценивается отдельно. Общей оценкой является среднее значение, округлённое до целого значения.

1.4. Комплекты экзаменационных билетов включает по каждому разделу 25-30 билетов (хранятся на кафедре математики).
Типовые варианты билетов прилагаются.

ОБРАЗЦЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»
Дисциплина «Уравнения математической физики»
Курс 2, семестр 3

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Решение уравнения малых поперечных колебаний струны методом разделения переменных.

2. Фундаментальные решения уравнения Лапласа в пространстве и на плоскости. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в случае сферической симметрии.
3. Решить начально - краевую задачу $\dfrac{\partial u}{\partial t} = 9\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$,

$$u(0.t) = 0; \quad u(5,t) = 15; \quad u(x,0) = 3.$$

4. Разложить в ряд Фурье четным образом на интервале $(0;3)$ функцию

$$f(x) = 3 - x.$$

Утверждено на заседании кафедры «Математика» «_28_» мая 2019 г., протокол № _10_

Зав. кафедрой ________________Г.С. Жукова /____________/

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»
Дисциплина «Уравнения математической физики»
Курс 2, семестр 3

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

1. Решение неоднородного волнового уравнения при однородных граничных и начальных условиях методом разложения по собственным функциям.
2. Уравнение Лапласа и его запись в различных системах координат. Постановка краевых задач для уравнения Лапласа.
3. Решить начально - краевую задачу $\dfrac{\partial u}{\partial t} = 2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$,

$$u(0.t) = 5; \quad u(2,t) = 12; \quad u(x,0) = 2 - x.$$

4. Найти решение краевой задачи:

$$y^{IV} = q(x), \quad \text{y}(0) = \text{y}(1) = y''(0) = y''(1) = 0; \quad \text{q(x)} = \begin{cases} -2 & при \quad 0 \le x \le 1/2, \\ 2 & при \quad 1/2 \le x \le 1 \end{cases}$$

в виде ряда Фурье.

Утверждено на заседании кафедры «Математика» «_28_» мая 2019 г., протокол № _10_

Зав. кафедрой ________________Г.С. Жукова /____________/

Комплекты тестовых заданий и контрольных работ (Т, КР)
(для оценки компетенций ОПК-5, ПК-2)

по дисциплине
Уравнения математической физики
(наименование дисциплины)

В А Р И А Н Т № 1

ЗАДАНИЕ 1

Для функции $f(x)$ с периодом $T = 4$ справедливо равенство

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $f(x/4)=f(x)$ 2) $f(4x)=f(x)$
3) $f(x+4)=f(x)$ 4) $f(x+2)=f(x)$.

ЗАДАНИЕ 2

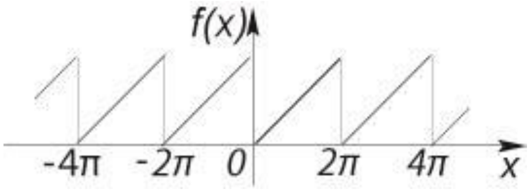
Укажите функции с периодом $T=2$ из перечисленных ниже.
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:
1) $y=\sin 2\pi x$ 2) $y=ctg 2\pi x$ 3) $y=\cos \pi x$ 4) $y=tg(\pi x/2)$.

ЗАДАНИЕ 3

Какая из перечисленных ниже функций описывает гармонические незатухающие колебания? Укажите смысл параметров: A, ω, φ.
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $f(x)=A\cos(\omega x+\varphi)$
2) $f(x)=A/(\omega x+\varphi)$ 3) $f(x)=A(\omega x+\varphi)$ 4) $f(x)=A(\omega x+\varphi)^2$.

ЗАДАНИЕ 4

Функция $f(x)$ при $x\in[0, 2\pi]$ и её периодическое продолжение показаны на рисунке



Тогда ряд Фурье для этой функции имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $f(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$ 2) $f(x)=\dfrac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx$

3) $f(x)=\dfrac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$ 4) $f(x)=\dfrac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$.

ЗАДАНИЕ 5

Дана функция $f(x)=2x^2$, $x\in[-l,l]$. Тогда коэффициент b_3 разложения функции $f(x)$ в ряд Фурье равен

Ответ	

ЗАДАНИЕ 6

Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)=\begin{cases}-1 & при \quad -1\le x<0,\\ 1 & при \quad 0\le x\le 1.\end{cases}$

Ответ	

ЗАДАНИЕ 7

Найдите решение краевой задачи $y''=q(x)$, $y(0)=0$, $y(2)=0$ в виде ряда Фурье, если $q(x)=q_0=const.$

Ответ	

ЗАДАНИЕ 8

К какому типу относится линейное дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка

$$6\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+8\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}+8\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial u}{\partial x}+2\frac{\partial u}{\partial y}+3u=0\,?$$

Ответ	

ЗАДАНИЕ 9

Уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=10^4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $(u(x,t)\,[м];\ \ 0\le x\le l,\ t\ge 0)$ описывает малые свободные поперечные колебания струны. Концы струны закреплены неподвижно. Найдите основную частоту ω $[1/сек]$ собственных колебаний струны, если длина струны $l=50\,м$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 10

Найдите коэффициент температуропроводности a^2 $[м^2/сек]$ в уравнении теплопроводности стержня

$$\frac{\partial u}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\quad (0\le x\le l,\quad t\ge 0),$$

если коэффициент теплопроводности материала $k=50\,Дж/(м\cdot град\cdot сек)$, удельная теплоемкость $c=500\,Дж/(кг\cdot град)$, удельная плотность материала стержня $\rho=7000\ кг/м^3$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 11

Общее решение начально – краевой задачи для однородного уравнения гиперболического типа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\quad (0\le x\le l,\quad t\ge 0)$$

$$u(0,t)=0,\quad u(l,t)=0,\ \ u(x,0)=f(x),\quad \frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\varphi(x)$$

имеет вид $u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\left(A_n\cos\frac{n\pi at}{l}+B_n\sin\frac{n\pi at}{l}\right)\sin\frac{n\pi x}{l}$,

где A_n и B_n - произвольные постоянные:

$$A_n=\frac{2}{l}\int_0^l f(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx,\qquad B_n=\frac{2}{n\pi a}\int_0^l \varphi(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx.$$

Запишите решение задачи при $a=4,\quad l=2,\quad f(x)=1,\quad \varphi(x)=0$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 12

Дано неоднородное волновое уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=16\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+f(x,t)$ при однородных граничных и начальных условиях

$$u(0,t)=u(8,t)=0,\quad u(x,0)=\frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=0.$$

Найдите (с точностью до множителя) собственные функции задачи.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 13

Общее решение начально – краевой задачи для однородного уравнения параболического типа

$$\frac{\partial u}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (0\le x\le l, \quad t\ge 0) \quad u(0,t)=0, \quad u(l,t)=0, \; u(x,0)=f(x)$$

имеет вид $u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}A_n e^{-\left(\frac{n\pi a}{l}\right)^2 t}\sin\frac{n\pi x}{l}$, где A_n - произвольная постоянная $A_n=\frac{2}{l}\int_0^l f(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx$. Запишите решение задачи при $a=1, \; l=1, \; f(x)=1$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 14

Дано однородное уравнение теплопроводности стержня

$$\frac{\partial u}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (0\le x\le 1, \quad t\ge 0).$$

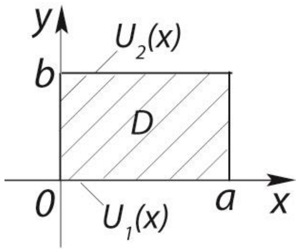
На концах стержня заданы постоянные и различные ненулевые температуры $u(0,t)=15, \quad u(1,t)=25$, начальное условие: $u(x,0)=20x+5$.

Подберите новую функцию $v(x,t)$, связанную с искомой функцией $u(x,t)$ так, чтобы для неё граничные условия стали однородными. Какой вид примет при этом начальное условие $v(x,0)$?

Ответ	

ЗАДАНИЕ 15

Общее решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$ в прямоугольной области $D: 0\le x\le a, \; 0\le y\le b$, при однородных граничных условиях на вертикальных сторонах области $u(0,y)=0, \quad u(a,y)=0$



имеет вид $u(x,y)=\sum_{n=1}^{\infty}\left[\alpha_n \operatorname{sh}\frac{n\pi(b-y)}{a}+b_n \operatorname{sh}\frac{n\pi y}{a}\right]\sin\frac{n\pi x}{a}\left(sh\frac{n\pi b}{a}\right)^{-1}$,

где $\alpha_n=\frac{2}{a}\int_0^a U_1(x)\sin\frac{n\pi x}{a}dx$, $\quad b_n=\frac{2}{a}\int_0^a U_2(x)\sin\frac{n\pi x}{a}dx$.

Найдите значение функции $u(x,y)$ в центре области при $a=6, \; b=4$, если

$$U_1(x)=\begin{cases} x & \text{при} \quad 0\le x\le 3, \\ 6\text{-}x & \text{при} \quad 3\le x\le 6, \end{cases} \quad U_2(x)=0.$$

Ответ	

Оценка «отлично» выставляется студенту за 90 – 100% правильных ответов,
оценка «хорошо» - за не менее 75% правильных ответов;
оценка «удовлетворительно» - за не менее 50-60% правильных ответов;
оценка «неудовлетворительно» - за менее 50 % правильных ответов.

Комплект вопросов (УО)
(для оценки компетенций УК-1)

Вопросы по рядам Фурье

1. Дайте определение основной тригонометрической системы функций.
2. Тригонометрические синусы и косинусы ортогональны на промежутке $[-\pi, \pi]$, если………………………………………………………………..
3. Как ставится основная задача гармонического анализа ?
4. Запишите ряд Фурье для функций с периодом $T = 2\pi$.
5. Условия Дирихле.
6. Сформулируйте теорему о разложимости функции в ряд Фурье.
7. Запишите ряд Фурье для четных функций с периодом $T = 2\pi$.
8. Запишите ряд Фурье для нечетных функций с периодом $T = 2\pi$.
9. Запишите ряд Фурье для функций с произвольным периодом $T = 2l$.
10. Запишите ряд Фурье для четных функций с произвольным периодом $T = 2l$.
11. Запишите ряд Фурье для нечетных функций с произвольным периодом $T = 2l$.
12. Как осуществляется разложение в ряд Фурье непериодических функций?
13. Как осуществляется разложение в ряд Фурье функций, заданных на интервале $(0, l)$, четным образом?
14. Как осуществляется разложение в ряд Фурье функций, заданных на интервале $(0, l)$, нечетным образом?
15. Дайте определение обобщенного ряда Фурье. Запишите формулу для определения коэффициентов обобщенного ряда Фурье.
16. Система функций называется ортонормированной, если………………
17. Применение рядов Фурье к решению краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Вопросы по уравнениям математической физики

1. Классификация уравнений математической физики.
2. Перечислите основные уравнения математической физики и задачи, к ним приводящие.
3. Вывод однородного волнового уравнения на примере задачи о малых собственных колебаниях струны, основные допущения.
4. Постановка начально-краевой задачи для однородного волнового уравнения.
5. Решение однородного волнового уравнения методом разделения переменных.
6. Физическое истолкование решения задачи о малых свободных колебаниях струны конечных размеров. Стоячие волны. Собственные частоты колебаний струны.
7. Постановка задачи о продольных колебаниях стержня. Определение скорости распространения продольных волн в материале.

8. Осесимметричные собственные колебания круговой мембраны.
9. Уравнение и функции Бесселя.
10. Постановка задачи о вынужденных колебаниях струны при отсутствии начальных возмущений.
11. Решение неоднородного волнового уравнения методом разложения по собственным функциям.
12. Решение неоднородного волнового уравнения при неоднородных начальных условиях (при наличии начальных возмущений).
13. Решение начально-краевой задачи для волнового уравнения при неоднородных граничных условиях. Редукция общей краевой задачи.
14. Вывод уравнения теплопроводности стержня.
15. Постановка начально-краевой задачи для однородного уравнения теплопроводности.
16. Решение однородного уравнения теплопроводности методом разделения переменных.
17. Решение однородного уравнения теплопроводности для случая стационарной неоднородности.
18. Решение неоднородного уравнения теплопроводности методом разложения по собственным функциям.
19. Уравнение Лапласа. Запись в различных системах координат. Постановка краевых задач для уравнения Лапласа.
20. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольной области методом разделения переменных (для различных комбинаций граничных условий).
21. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольной области с помощью двойного тригонометрического ряда Фурье.
22. Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области.
23. Уравнение Гельмгольца. Решение задачи на собственные значения для однородного уравнения Гельмгольца в прямоугольной области.
24. Решение уравнения Гельмгольца в круговой области методом разделения переменных. Постановка задачи на собственные значения с условием периодичности.

Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ (РГР) (для оценки компетенций УК-1)

по дисциплине

Уравнения математической физики

(наименование дисциплины)

Вариант №1

1. Разложить функцию

$$y = \begin{cases} 0 & \text{при } -3 \le x < 0 \\ 2x/3 & \text{при } 0 \le x < 3/2 \\ 0 & \text{при } 3/2 \le x \le 3 \end{cases}$$

в ряд Фурье:

- построить график заданной функции на отрезке её определения;
- вычислить коэффициенты её ряда Фурье;
- записать ряд Фурье для заданной функции;
- построить график полученного ряда Фурье на отрезке определения заданной функции.

2. В виде ряда Фурье найти решение $y = y(x)$ краевой задачи

$$y'' = q(x), \quad (0 \le x \le 3), \quad y(0) = 0, \quad y'(3) = 0,$$

где $q(x)$ – ограниченная, кусочно-непрерывная на отрезке [0, 3] функция

$$q = \begin{cases} 2x/3 & \text{при } 0 \le x < 3/2 \\ 0 & \text{при } 3/2 \le x \le 3. \end{cases}$$

3. Разложить функцию $y = x/2$ на отрезке $0 \le x \le 2$ в обобщённый ряд Фурье по системе ортогональных на этом отрезке функций, в качестве которых взять собственные функции задачи на собственные значения

$$\varphi'' + \lambda^2\varphi = 0, \quad (0 \le x \le 2, \ \lambda \ge 0), \quad \varphi(0) = 0, \quad \varphi(2) = 0,$$

предварительно проверив их на квадратичную интегрируемость и ортогональность.

4. Найти решение $u = u(x, t)$ начально-краевой задачи для гиперболического уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (0 \le x \le 3, \ t \ge 0),$$

$$u(0,t) = u(3,t) = 0, \quad u(x,0) = \begin{cases} x & \text{при } 0 \le x \le 3/2, \\ 3 - x & \text{при } 3/2 \le x \le 3, \end{cases} \quad \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = 0.$$

5. Найти решение $u = u(x, t)$ начально-краевой задачи для параболического уравнения в виде обобщённого ряда Фурье

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 16\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (2 - x)e^{-t}, \quad (0 \le x \le 2, \ t \ge 0),$$

$$u(0,t) = 0, \quad \frac{\partial u(2,t)}{\partial x} = 0, \quad u(x,0) = 0.$$

Вариант №4

1. Разложить функцию

$$y = \begin{cases} 0 & \text{при } -4 \le x < 0 \\ x/2 & \text{при } 0 \le x < 2 \\ 3 - x & \text{при } 2 \le x \le 4 \end{cases}$$

в ряд Фурье:

- построить график заданной функции на отрезке её определения;
- вычислить коэффициенты её ряда Фурье;

- записать ряд Фурье для заданной функции;
- построить график полученного ряда Фурье на отрезке определения заданной функции.

2. В виде ряда Фурье найти решение $y = y(x)$ краевой задачи

$$y'' = q(x), \quad (0 \le x \le 4), \quad y(0) = 0, \quad y'(4) = 0,$$

где $q(x)$ – ограниченная, кусочно-непрерывная на отрезке [0, 4] функция

$$q = \begin{cases} x/2 & \text{при} \quad 0 \le x < 2 \\ 3 - x & \text{при} \quad 2 \le x \le 4. \end{cases}$$

3. Разложить функцию $y = x - 1$ на отрезке $0 \le x \le 2$ в обобщённый ряд Фурье по системе ортогональных на этом отрезке функций, в качестве которых взять собственные функции задачи на собственные значения

$$\varphi'' + \lambda^2 \varphi = 0, \quad (0 \le x \le 2, \ \lambda \ge 0), \quad \varphi(0) = 0, \quad \varphi(2) = 0,$$

предварительно проверив их на квадратичную интегрируемость и ортогональность.

4. Найти решение $u = u(x, t)$ начально-краевой задачи для параболического уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 32 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (0 \le x \le 2, \ t \ge 0),$$

$$u(0,t) = 0, \quad \frac{\partial u(2,t)}{\partial x} = 0, \quad u(x,0) = 2x$$

в виде обобщённого ряда Фурье.

5. Найти решение $u = u(x, t)$ начально-краевой задачи для гиперболического уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (1 - x)\sin 2t, \quad (0 \le x \le 1, \ t \ge 0),$$

$$u(0,t) = u(1,t) = 0, \quad u(x,0) = \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = 0.$$

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускает существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя.