

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Максимов Алексей Борисович

Должность: директор департамента по образовательной политике

Дата подписания: 26.10.2023 12:53:01

Уникальный программный ключ:

8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**УТВЕРЖДАЮ**

Декан факультета машиностроения  
/Е.В. Сафонов/

“ 25 ” 4 Юля 2020 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Математический анализ»**

Направление подготовки  
**27.03.02 «Управление качеством»**

Профиль подготовки  
**«Управление качеством на производстве»**

Квалификация (степень) выпускника:  
**Бакалавр**

Форма обучения  
**Очная**

Москва 2020 г.

Программа по дисциплине «**Математический анализ**» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению подготовки **27.03.02 «Управление качеством»**, профиль подготовки «**Управление качеством на производстве**».

Программу составил:

доц., к.ф.-м.н.



\_\_\_\_\_ /Е.А. Коган/

Программа дисциплины «**Математический анализ**» по направлению **27.03.02 «Управление качеством»** и профилю подготовки «**Управление качеством на производстве**» утверждена на заседании кафедры «Стандартизация, метрология и сертификация»

«19» 06 2020 г. протокол № 9


Заведующий кафедрой  
доцент, к.т.н



/О.Б. Бавыкин /

Программа дисциплины «**Математический анализ**» по направлению **27.03.02 «Управление качеством»** по профилю подготовки «**Управление качеством на производстве**» согласована с руководителем образовательной программы

«   » \_\_\_\_\_ 2020 г.

 /И.Е. Парфеньева/

Программа утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета машиностроения

Председатель комиссии



/А.Н. Васильев/

«25» 06 2020 г. Протокол: 8-20

## 1. Цели освоения дисциплины

К **основным целям** освоения дисциплины «Математический анализ» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.

К **основным задачам** освоения дисциплины «Математический анализ» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части блока Б1. Ее изучение обеспечивает изучение дисциплин:

*В базовой части:*

- теория вероятностей и математическая статистика;
- математическая логика и алгоритмизация в управлении качеством;
- информационные технологии в управлении качеством, базы данных и защита информации;
- программирование и программные средства управления качеством.

*В вариативной части:*

- основы анализа и расчета деталей технических систем;
- фрактальные методы анализа качества поверхностей деталей;
- планирование и организация эксперимента.

*В дисциплинах по выбору студента:*

- основы оптимизации параметров объектов стандартизации.

Знания, умения и владение практическими навыками, полученные из курса «Математический анализ», используются при изучении естественно - научных дисциплин, а также при разработке курсовых и дипломных работ.

### **3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

В результате освоения дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции и должны быть достигнуты следующие результаты обучения как этап формирования соответствующих компетенций:

<b>Код Компетенции</b>	<b>В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать</b>	<b>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине</b>
ОПК – 2	способностью применять инструменты управления качеством	<p><b>знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• основополагающие теоретические положения, предусмотренные программой дисциплины, роль и значение основных законов естественнонаучных дисциплин</li> </ul> <p><b>уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• применять математические инструменты управления качеством</li> </ul> <p><b>владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• методами математического анализа и моделирования для эффективного решения задач в сфере профессиональной деятельности</li> </ul>

### **4. Структура и содержание дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет **2** зачетные единицы, т.е. **72** академических часа (из них **18** часов – самостоятельная работа студентов).

Дисциплина «Математический анализ» изучается на первом курсе в первом семестре: лекции – **36** часов, практические занятия – **18** часов, форма контроля – экзамен.

Структура и содержание дисциплины «Математический анализ» по срокам и видам работы отражены в Приложении 1.

#### **Содержание разделов дисциплины**

##### **Раздел 1. Дифференциальное исчисление**

**Тема 1.1.** Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Предел функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины.

**Тема 1.2.** Непрерывность функций в точке и на промежутке, Точки разрыва функции, их классификация. Асимптоты графика функции, их классификация, условия существования, методы нахождения.

**Тема 1.3.** Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций. Вычисление производных функций, заданных различным образом.

**Тема 1.4.** Раскрытие неопределенностей различного типа. Формула Тейлора Разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.

Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.

**Тема 1.5.** Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.

**Тема 1.6.** Общая схема исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

**Тема 1.7.** Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Частные производные. Полный дифференциал. Производные сложной функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца.

**Тема 1.8.** Производная по направлению. Градиент. Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.

## **Раздел 2. Интегральное исчисление**

**Тема 2.1.** Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования. Интегрирование с помощью замены переменной. Метод интегрирования по частям.

**Тема 2.2.** Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Условия интегрируемости. Свойства определенного интеграла. Существование первообразной непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

Несобственные интегралы первого и второго рода (по бесконечному промежутку, от неограниченных функций на конечном промежутке), их свойства.

**Тема 2.3.** Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой, объемов).

### **Раздел 3. Числовые и функциональные ряды**

**Тема 3.1.** Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Свойства числовых рядов. Знакоположительные ряды. Гармонический ряд. Признаки сравнения. Признаки Даламбера, Коши, интегральный признак Коши.

**Тема 3.2.** Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Обобщенные признаки Даламбера и Коши.

**Тема 3.3.** Степенные ряды и их свойства. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.

**Тема 3.4.** Функциональные ряды: ряд Маклорена, ряд Тейлора и их свойства.

### **5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины**

Методика преподавания дисциплины «Математический анализ» и реализация компетентностного подхода в изложении и восприятии материала предусматривают использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся:

- защита и индивидуальное обсуждение выполняемых этапов расчетно-графических работ;
- привлечение лучших студентов к консультированию отстающих.
- подготовка, представление и обсуждение презентаций на семинарских занятиях;
- организация и проведение текущего контроля знаний студентов в форме бланкового тестирования;
- использование интерактивных форм текущего контроля в форме аудиторного и внеаудиторного интернет-тестирования;
- итоговый контроль состоит в устном экзамене по математике с учетом результатов выполнения самостоятельных работ.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определен главной целью образовательной программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием дисциплины «Математический анализ» и в целом по дисциплине составляет 50 % аудиторных занятий. Занятия лекционного типа составляют 67 % от объема аудиторных занятий.

Проведение занятий в 2020 – 2021 уч. году предусматривается также в системе [lms.mospolytech.ru](https://lms.mospolytech.ru) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по математическому анализу.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

В процессе обучения на первом семестре первого курса используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций:

**- три расчетно-графические работы.**

### **Расчетно-графическая работа № 1 по пределам и дифференциальному исчислению.**

Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

- Предел функции.
- Вычисление производных функции. Исследование функции, построение графиков.
- Функции нескольких переменных. Частные производные. Производная по направлению и градиент. Экстремум функции двух переменных.

### **Расчетно-графическая работа № 2 по интегральному исчислению.**

Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

- Методы интегрирования. Вычисление неопределенных интегралов.
- Приложения определенных интегралов. Исследование сходимости несобственных интегралов.
- **Расчетно-графическая работа № 3 по рядам.**

Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

- Исследование сходимости числовых рядов.
- Исследование сходимости степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды.

Образцы тестовых заданий, заданий РГР, контрольных вопросов и заданий для проведения текущего контроля, экзаменационных билетов приведены в Приложении 2.

### **6.1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Математический анализ»**

6.1.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции

<b>Код Компетенции</b>	<b>В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать</b>
ОПК-2	способностью применять инструменты управления качеством

В процессе освоения образовательной программы данные компетенции, в том числе их отдельные компоненты, формируются поэтапно в ходе освоения

обучающимися дисциплин (модулей), практик в соответствии с учебным планом и календарным графиком учебного процесса.

### 6.1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых по итогам освоения дисциплины, описание шкал оценивания

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине.

ОПК–2 способность применять инструменты управления качеством				
Показатель	Критерии оценивания			
	2	3	4	5
<b>знать:</b> основополагающие теоретические положения, предусмотренные программой дисциплины, роль и значение основных законов естественнонаучных дисциплин	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний контролируемых разделов математики: не способен аргументированно и последовательно излагать материал, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний программе: допускаются ошибки, проявляется недостаточное, поверхностное знание теории, сути методов. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.	Обучающийся демонстрирует достаточно глубокие знания контролируемых разделов дисциплины, отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности или дает недостаточно полные ответы	Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний программе дисциплины, логично и аргументированно отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные, показывает высокий уровень теоретической подготовки
<b>уметь:</b> применять математические инструменты управления качеством	Обучающийся показывает недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы,	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: решение задач, умение пользоваться вероятностно-статистическими методами. В	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: применять теоретические методы к решению задач. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при ре-	Обучающийся демонстрирует умение применять теорию к решению предлагаемых задач, правильно и полно строить решения



	связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделями или затрудняется с ответом	решении задач могут содержаться грубые ошибки, проявляется недостаточное умение применить теорию к решению предлагаемых задач.	шении задач, не влияющие на общий ход решения	математических задач. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
<b>владеть:</b> методами математического анализа и моделирования для эффективного решения задач в сфере профессиональной деятельности	Обучающийся не владеет или в совершенно недостаточной степени владеет навыками применения теоретического аппарата и различных математических методов к решению задач	Обучающийся владеет математическими методами в неполном объеме, допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность владения математической техникой, испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	Обучающийся частично владеет изученными математическими методами, навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	Обучающийся в полном объеме владеет изученными математическими методами, свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности.

Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации и её описание:

**Форма промежуточной аттестации: экзамен**

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Шкала оценивания	Описание
------------------	----------

Отлично	<p>Выполнены все <b>обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации</b>, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при переносе знаний и умений на новые, нестандартные задачи.</p>
Хорошо	<p>Выполнены все <b>обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации</b>, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности, задачи решает с недочетами, не влияющими на общий ход решения.</p>
Удовлетворительно	<p>Выполнены все <b>обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации</b>, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. Но показывает неглубокие знания, при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами, в решении задач могут содержаться грубые ошибки. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.</p>
Неудовлетворительно	<p>Не выполнены <b>обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации</b>, предусмотренные программой дисциплины, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями.</p>

**Фонды оценочных средств представлены в приложении 2 к рабочей программе.**

## **7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **а) основная литература:**

1. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник [Электронный ресурс]: учеб. - Электрон. дан. - Москва: Физматлит, 2015. - 444 с. [Режим доступа: URL: <https://e.lanbook.com/book/71994> - Загл. с экрана.]

### **б) дополнительная литература:**

1. Зубков В.Г., Ляховский В.А., Мартыненко А.И., Миносцев В.Б., Пушкарёв Е.А. Курс математики для технических высших учебных заведений. Части 1-4. М.: МГИУ, 2012. 400 экз.
2. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления для вузов. В 2-х томах. М.: Интеграл - Пресс, 2009 – 416, 544 с. 180 экз.
3. Краткий курс высшей математики [Электронный ресурс]: учеб. - Электрон. дан. - Москва: Дашков и К, 2017. - 510 с. [Режим доступа: URL: <https://e.lanbook.com/book/93522>. - Загл. с экрана.]
4. Математический анализ. Теория пределов и дифференциальное исчисление: основные положения теории, методические указания и варианты расчетно-графических работ // Бодунов М.А., Бородина С.И., Короткова Н.Н., Ткаченко О.И. М.: МГТУ «МАМИ», 2009. – 340с.  
<http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyy-katalog>. Электронный ресурс.]

### **в) программное обеспечение и интернет-ресурсы:**

Программное обеспечение не предусмотрено.

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте [mospolytech.ru](http://mospolytech.ru) в разделе: «Центр математического образования».

(<http://mospolytech.ru/index.php?id=4486>, <http://mospolytech.ru/index.php?id=5822>)

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для освоения дисциплины:

1. [www.matematikalegko.ru](http://www.matematikalegko.ru)>studentu, [www.i-exam.ru](http://www.i-exam.ru).

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы, представленные на сайте электронно-библиотечной системы Издательства Лань

(<https://e.lanbook.com/>).

2. [http://function-x.ru/tests\\_higher\\_math.html](http://function-x.ru/tests_higher_math.html) Тесты по высшей математике.

3. <http://pmims.000webhostapp.com/xbookM0017/index.html> Видеокурс и тесты по математическому анализу.

Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:

Экспонента Центр инженерных технологий и моделирования [<http://exponenta.ru>].

EqWorld Мир математических уравнений .

[<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm>].

Каждый студент обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронным библиотекам университета (elib.mgup; lib.mami.ru/lib/content/elektronyu-katalog) к электронно-библиотечным системам (электронным библиотекам):

№ п/п	Электронный ресурс	№ договора. Срок действия доступа	Названия коллекций
1	ЭБС «Издательства Лань» - договор № 73-МП-23-ЕП/17 от 28.05.2017. (e.lanbook.com)	Договор № 132_94.44.ЕП/20 от 19.05.2020 с ООО «ЭБС ЛАНЬ». Срок действия – с 15.06.2020 по 15.06.2021	Инженерно-технические науки – Издательство «Машиностроение» Инженерно-технические науки – Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана; Инженерно-технические науки – Издательство «Физматлит»; Экономика и менеджмент – Издательство «Флинта»; - 58 книг из других разделов ЭБС (см. сайт университета, раздел библиотека)
2	ЭБС «ZNANIUM.COM» (www.znanium.com)	Договор № 124_62.44.ЕП/19 от 04.06.2019 с ООО «ЗНАНИУМ». Срок действия – с 01.11.2019 по 31.10.2020	Доступ к 5 изданиям из разных коллекций ЭБС
3	ЭБС «Университетская библиотека онлайн» (www.biblioclub.ru)	Договор № 133_95.44.ЕП/20 от 19.05.2020 с ООО «Директ-Медиа». Срок действия – с 29.05.2020 по 28.05.2021	Доступ к базовой коллекции ЭБС
4	ЭБС «ЮРАЙТ» (www.biblio-online.ru)	Договор № 122_60.44.ЕП/19 от 04.06.2019 с ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ». Срок действия – с 01.09.2019 по 31.08.2020	Доступ к 12 изданиям из разных коллекций ЭБС
5	Национальная электронная библиотека (НЭБ)	Договор № 101/НЭБ/2450 от 11.10.2017 с ФГБУ	НЭБ (нэб.рф) объединяет фонды публичных библиотек России феде-

		«РГБ» - срок действия договора 5 лет	рального, регионального, муниципального уровней, библиотек научных и образовательных учреждений, а также правообладателей, правомерно переведенные в цифровую форму
6	Научная электронная библиотека «КИБЕРЛЕНИНКА» (www.cyberleninka.ru)	Свободный доступ	1134165 научных статей
7	ЭБС «Polpred» (polpred.com)	Свободный доступ	Обзор СМИ (архив публикаций за 15 лет)
8	Научная электронная библиотека e.LIBRARY.ru	Свободный доступ	Более 3000 наименований российских журналов в открытом доступе
9	Доступ к электронным ресурсам издательства SpringerNature	Письмо в ФГБОУ «Российский Фонд Фундаментальных Исследований» от 03.10.2016 № 11-01-17/1123 с приложением С 01.01.2017 - бессрочно	SpringerJournals; SpringerProtocols; SpringerMaterials; SpringerReference; zbMATH; Nature Journals
10	Справочная поисковая система «Техэксперт»	Без договора	Нормы, правила, стандарты и законодательство по техническому регулированию

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Кафедра «Математика» не располагает собственным аудиторным фондом и использует учебные аудитории из общего фонда университета. При необходимости для проведения интерактивных практических занятий используются компьютерные классы университета.

## 9. Методические рекомендации для самостоятельной работы студентов

### Раздел: дифференциальное исчисление функций одной и нескольких переменных

При изучении дифференциального исчисления функции одной переменной обратите внимание на понятие предела функции в точке и методы его вычисления. Предел – одно из основных понятий математического анализа. При вычислении пределов функции надо, прежде всего, выяснить характер неопределенности  $\left(\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty, 1^\infty\right)$ . Чтобы овладеть техникой решения задач на вычисление пределов, надо знать два замечательных предела, таблицу эквивалентных

бесконечно малых, правило Лопиталю, различные приемы раскрытия неопределенностей в зависимости от вида функции и решить достаточно большое количество задач.

При изучении тем, посвященных производной и дифференциалу функции, надо осмыслить их геометрический смысл, понимать различие между ними (дифференциал - это главная линейная часть приращения функции). Твердо знать (как таблицу умножения) формулы дифференцирования основных элементарных функций и правила дифференцирования (все, конечно, но особенно правило дифференцирования сложной функции).

Обратите внимание также на особенности дифференцирования функций, заданных в неявной форме, параметрически, на прием логарифмического дифференцирования.

Следует четко знать и уметь применять алгоритм исследования функций и построения графиков: определение точек разрыва (и их классификацию), асимптот графика (вертикальной, наклонной, горизонтальной), необходимые и достаточные условия монотонности функции, существования локального экстремума, промежутков выпуклости и вогнутости функции и точек перегиба.

При изучении функций нескольких переменных обратите внимание на то, что функция двух переменных имеет наглядный геометрический смысл – это поверхность в трехмерном пространстве

Надо осмыслить понятия частных производных и полного дифференциала и особенность их вычисления, овладеть техникой вычисления производных от сложной функции нескольких переменных. Следует обратить внимание на то, что для функции  $z = z(x, y)$  смешанные частные производные второго порядка

равны между собой:  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$  (теорема Шварца), то есть порядок дифференцирования не имеет значения.

Для функции нескольких переменных скорость изменения функции в произвольном направлении характеризуется производной по направлению, а наибольшая скорость изменения функции будет в направлении вектора градиента. Следует обратить в этой теме внимание на необходимое и достаточное условия существования экстремума функции нескольких переменных.

### **Раздел: интегральное исчисление**

В интегральном исчислении решается задача, обратной той, которая рассматривалась в дифференциальном исчислении необходимо найти для данной функции  $f(x)$  такую функцию, производная от которой была бы равна заданной. Интегрирование функций – достаточно сложный раздел математики, овладеть которым можно только, если студент «возьмет» достаточно большое количество интегралов разного типа.

Надо твердо знать таблицу интегралов от основных элементарных функций, основные методы интегрирования (замена переменной, подведение под знак дифференциала, интегрирование по частям, приемы вычисления интегралов от рациональных дробей, от разного типа тригонометрических функций).

Надо осмыслить единство подхода к построению определенных, кратных, криволинейных, поверхностных интегралов – построение некоторой интегральной суммы и предельный переход.

Знать геометрический смысл и основную формулу вычисления определенных интегралов – формулу Ньютона – Лейбница, геометрические и физические приложения определенных и кратных интегралов, уметь находить площадь плоской фигуры, длину кривой, объем и площадь поверхности тел вращения.

### **Раздел: числовые и функциональные ряды**

При изучении данной темы, прежде всего, надо осмыслить понятие суммы бесконечного ряда как предела последовательности частичных сумм.

Необходимо сначала научиться классифицировать ряды по типам: числовые положительные, знакопеременные, функциональные, степенные, тригонометрические ряды. Изучить теоретические сведения: теоремы сравнения, необходимые и достаточные признаки сходимости. Знать и уметь применять достаточные признаки сходимости положительных рядов: признаки Даламбера, Коши, интегральный признак Коши.

Для знакопередающихся рядов обратить внимание на понятия абсолютной и условной сходимости. Знать признак Лейбница и обобщенные признаки Даламбера и Коши.

Для степенных рядов знать теорему Абеля, определение интервала и радиуса сходимости, обратить внимание на то, что требуется исследование поведения ряда в граничных точках интервала сходимости. Обязательно знать разложения основных элементарных функций в ряды Тейлора и Маклорена и условие разложимости функции в ряд Тейлора.

### **10. Методические рекомендации для преподавателя**

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс математического анализа разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине следует обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках её проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно-тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

#### **11. Приложения к рабочей программе:**

Приложение 1 – Структура и содержание дисциплины.

Приложение 2 – Фонд оценочных средств.

Приложение 3 – Перечень оценочных средств по дисциплине «Математический анализ».

Приложение Г – Аннотация рабочей программы дисциплины.



## Структура и содержание дисциплины «Математический анализ»

Направление подготовки

27.03.02 Управление качеством

Профиль подготовки

Управление качеством на производстве

(Бакалавр)

Очная форма обучения

n/n	Раздел	Семестр	Неделя Семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость в часах					Виды самостоятельной работы Студентов					Формы аттеста- ции		
				Л	П/С	Лаб	СР С	КС Р	К.Р.	К.П.	РГР	Реферат	К/р	Э	З	
<b>Первый семестр</b>																
1.1	<b>Раздел 1. Введение в анализ</b> Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Предел функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины. <b><u>Выдача заданий РГР № 1 по введению в анализ</u></b>	1	1	2			2					+				
1.2	Непрерывность функций в точке и на промежутке, Точки разрыва функции, их классификация. Асимптоты графика	1	2	2	2											

	функции, их классификация, условия существования, методы нахождения.														
1.3	Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций.	1	3	2			2								
1.4	Раскрытие неопределенностей различного типа. Формула Тейлора Разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.	1	4	2	2										
1.5	Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.	1	5	2			2								
1.6	Общая схема исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. <b>Самостоятельная работа №1 на семинаре</b>	1	6	2	2								+		
1.7	Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Частные производные. Полный дифференциал.	1	7	2			2								

	Производные сложной функции нескольких переменных Частные производные и дифференциалы высших порядков.														
1.8	Производная по направлению. Градиент. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.	1	8	2	2										
1.9	<b>Раздел 2. Интегральное исчисление</b> Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования. <b><u>Выдача заданий РГР № 2 по интегральному исчислению</u></b>	1	9	2		2					+				
1.10	Интегрирование с помощью замены переменной. Метод интегрирования по частям.	1	10	2	2										
1.11	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Условия интегрируемости. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.	1	11	2		2									
1.12	Несобственные интегралы первого и второго рода (по бесконечному промежутку, от неограниченных функций на конечном промежутке), их свойства.	1	12	2	2										
1.13	Приложения определенного интеграла (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой, объемов).	1	13	2		2									
1.14	<b>Раздел 3. Числовые и функциональные ряды</b>	1	14	2	2						+				

	Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Свойства числовых рядов. Знакоположительные ряды. Признаки сравнения. Признаки Даламбера, Коши, интегральный признак Коши <b>Расчетно-графическая работа № 3 по рядам</b>													
1.15	Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Обобщенные признаки Даламбера и Коши	1	15	2			2							
1.16	Степенные ряды и их свойства. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. <b>Самостоятельная работа № 2 на семинаре</b>	1	16	2	2							+		
1.17	Функциональные ряды: ряд Маклорена, ряд Тейлора и их свойства	1	17	2			2							
1.18	Обзорная лекция	1	18	2										
	Обзорное практическое занятие	1	18		2									
	<b>Форма аттестации</b>		<b>19-21</b>										Э	
	<b>Всего часов по дисциплине</b>			<b>36</b>	<b>18</b>		<b>18</b>				<b>3</b> <b>РГР</b>		<b>2</b> <b>сам.</b> <b>раб.</b>	

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**

Направление подготовки  
**27.03.02 «УПРАВЛЕНИЕ КАЧЕСТВОМ»**

профиль подготовки  
**«Управление качеством на производстве»**

Форма обучения: очная

Кафедра «Математика»

**ФОНД  
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Математический анализ**

- Состав:**
- 1. Паспорт фонда оценочных средств**
  - 2. Описание оценочных средств:**
    - Экзаменационные билеты
    - Комплекты заданий для контрольных работ
    - Комплект вопросов
    - Комплект заданий для выполнения  
расчетно-графических работ

**Составители:**

Доц., к.ф.-м.н. Коган Е.А.

Москва, 2020 год

**ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ**

«Математический анализ»					
ФГОС ВО 27.03.02 «Управление качеством»					
профиль подготовки «Управление качеством на производстве»					
В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие общепрофессиональные компетенции:					
КОМПЕТЕНЦИИ		Перечень компонентов	Технология формирования компетенций	Форма оценочного средства**	Степени уровней освоения компетенций
ИНДЕКС	ФОРМУЛИРОВКА				
ОПК – 2	способность применять инструменты управления качеством	<p><b>знать:</b> основополагающие теоретические положения, предусмотренные программой дисциплины, роль и значение основных законов естественнонаучных дисциплин</p> <p><b>уметь:</b> • применять инструменты управления качеством</p> <p><b>владеть:</b> методами математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования процессов для эффективного решения задач в сфере профессиональной деятельности</p>	лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия	УО КР РГР Т ЭБ	<p><b>Базовый уровень</b> -владеет навыками работы с основными понятиями и методами в рамках дисциплины;</p> <p><b>Повышенный уровень</b> -свободно владеет изученными математическими методами, способен их творчески применить к задачам повышенной сложности</p>

\*\*.- Сокращения форм оценочных средств см. в приложении 3 к РП.

## Перечень оценочных средств по дисциплине

Математический анализ

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Контрольная (самостоятельная) работа (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
2	Расчетно-графическая работа (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы
3	Устный опрос собеседование, (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
5	Экзаменационные билеты (ЭБ)	Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий.	Экзаменационные билеты. Шкала оценивания и процедура применения.
Промежуточная аттестация (ПА)		Экзамен (Э )	1) устно (У) 2) письменно (П)

## Оформление и описание оценочных средств

### 1. Экзаменационные билеты

1.1. Назначение: Используются для проведения промежуточной аттестации (ПА) по дисциплине "Математический анализ".

1.2. Регламент экзамена: - Время на подготовку тезисов ответов - до 45 мин.

- Способ контроля: устные ответы.

1.3. Шкала оценивания:

**"Отлично"** - если студент глубоко и прочно освоил весь материал программы обучения, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при изменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения.

**"Хорошо"** - если студент твёрдо знает программный материал, грамотно и по существу его излагает, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.

**"Удовлетворительно"** - если студент освоил только основной материал программы, но не знает отдельных тем, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность изложения программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.

**"Неудовлетворительно"** - если студент не знает значительной части программного материала, допускает серьёзные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания.

Каждое задание экзаменационного билета оценивается отдельно. Общей оценкой является среднее значение, округлённое до целого значения.

Комплекты экзаменационных билетов включает по каждому разделу 25-30 билетов (хранятся в центре математического образования).

**Типовые варианты билетов прилагаются.**

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**

---

Факультет базовых компетенций,  
Дисциплина «Математический анализ»  
Курс 1, семестр **1**

Кафедра «Математика»

#### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

1. Числовая последовательность и её предел.

2. Найти производную функции, заданной параметрически  $x = \frac{t}{1+t^3}$ ,  $y = \frac{2t^2}{1+t^3}$ .

3. Найти предел функции  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5} + 2x}{x+1}$ .

4. Вычислить неопределённый интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{5-x} + \sqrt{5-x}}$ .

5. Вычислить определённые интегралы:



$$\text{а) } \int_1^4 \frac{\sqrt{x} dx}{1+\sqrt{x}}, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos x dx$$

6. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся

$$\int_1^{\infty} \sqrt{x} dx, \quad \int_1^{\infty} x^{-3} dx, \quad \int_1^{\infty} \sqrt{x^5} dx.$$

7. Найти частные производные второго порядка функции  $z = \cos(x^3 - 2xy)$ , убедиться, что  $z''_{xy} = z''_{yx}$ .

Утверждено на заседании кафедры математики «10» июня 2020 г., протокол № 11

Зав. кафедрой Г.С. Жукова / \_\_\_\_\_ /

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

---

Факультет базовых компетенций, Кафедра «Математика»  
Дисциплина «Математический анализ»  
Курс 1, семестр 2

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4**

1. Дифференцируемость, дифференциал, геометрический смысл дифференциала.

2. Вычислить предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{2n-1} - 2^{2n}}{2^{2n+1} + 5^{2n+2}}$ .

3. Найдите экстремум функции  $y = \sqrt{x} + \sqrt{6-x}$ .

4. Вычислить неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{5-x} + \sqrt{5-x}}$ .

5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\text{а) } y = x - x^2, y = -x. \quad \text{б) } y = x, x = 4, y = \frac{1}{2}x, .$$

6. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся

$$\int_1^{\infty} \sqrt{x} dx, \quad \int_1^{\infty} x^{-3} dx, \quad \int_1^{\infty} \sqrt{x^5} dx.$$

7. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{5^n}$ .

Утверждено на заседании кафедры математики «10» июня 2020 г., протокол № 11

Зав. кафедрой Г.С. Жукова / \_\_\_\_\_ /

## Комплект тестовых заданий и контрольных работ (РГР)

по дисциплине Математический анализ  
(наименование дисциплины)

### Функции одной переменной,

1. Найти производную  $y'_x$ :

$$y = \arctg^3 \ln \frac{\sqrt{x}}{x+2}; \quad y = \frac{\operatorname{tg} x^2}{7^x + 5}; \quad \sin(x-2y) + \frac{x^3}{y} = 7x; \quad y = \frac{\cos 6x}{3\sin(12x+1)};$$

$$y = \arctg^2 \frac{1}{\sqrt{1-2x^2}} + \sin \ln 2x; \quad x = e^{-t} \cos t, \quad y = e^t \cos t.$$

2. Найти  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\arctg x} \right)$ .

3. Провести полное исследование и построить график  $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$

1. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} - 5^{n-1}}{3^{n+2} + 5^n} \quad 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{1 - e^{x^2}} \quad 3. \lim_{x \rightarrow +0} (1 - 3x)^{\operatorname{ctg} 7x}$$

2. Вычислить производные:

$$1. y = \frac{\cos 6x}{3\sin(12x+1)} \quad 2. y = \arctg^2 \frac{1}{\sqrt{1-2x^2}} + \sin \ln 2x$$

1. Построить график:  $y = \frac{x+4}{x+2}$ ;  $y = \frac{2}{\sqrt{x+2}}$

2. Найти пределы:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2-n)^2 - (1+n)^2}{(1+n)^2 - (2-n)^2} \quad 2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5} + n}$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2+3}{2n^2+1} \right)^{n^2} \quad 4) \lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2+1} - n)$$

3. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж:  $y = \begin{cases} 0, & x \leq -\pi \\ \sin x, & -\pi < x < 0 \\ \pi, & x \geq 0 \end{cases}$

## Функции нескольких переменных

Найти частные производные второго порядка, убедиться, что  $z''_{xy} = z''_{yx}$

1.  $z = e^{x^2-y^2}$ , 2.  $z = \cos(x^3 - 2xy)$ , 3.  $z = \sqrt{y^2 - 2x}$ , 4.  $z = \ln(xy - x^2)$ , 5.  $z = \frac{x^2 + 3y^2}{xy}$ ,
6.  $z = \operatorname{ctg}(2x + 3y)$ , 7.  $z = \sin(x^2y)$ , 8.  $z = e^{x/y}$ , 9.  $z = x \cos^2 y$ , 10.  $z = y^2 \sin^2 x$ .

Найти градиент функции  $z = f(x, y)$  в точке  $M_0(x_0, y_0)$

1.  $z = \frac{y^2}{\sqrt{x}}$ ,  $M_0(4, 6)$ ; 2.  $z = \frac{x^4 + 3y^2}{4xy}$ ,  $M_0(1, -1)$ ; 3.  $z = \frac{y^2}{x^3}$ ,  $M_0(2, -2)$ ;
4.  $z = x^3 - 3y^2x$ ,  $M_0(3, 2)$ .

Исследовать на экстремум функцию

1.  $z = x^2 - x + y^2 + 2y$ , 2.  $z = 2x^2 + xy - x + y^2$ ,
3.  $z = x^2 - 2x + 4y - y^2$ , 4.  $z = x^2 - 3x + 3y^2 + 4y$ ,
5.  $z = x^2 + y^2 + 4xy$ .

## Неопределенные интегралы

1.  $\int \frac{dx}{2(x + \sqrt{x})}$  2.  $\int x \cdot 2^{-x} dx$  3.  $\int e^x \cos x dx$  4.  $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 18}$  5.  $\int x \cos 3x dx$
6.  $\int \frac{dx}{x^2 + 6x + 5}$  7.  $\int \frac{x-1}{\sqrt{x+1}+2} dx$  8.  $\int \frac{x+1}{x^2+3} dx$  9.  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin x}$  10.  $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$

## Определенные интегралы

1.  $\int_0^{\pi/6} 3 \sin^2 x \cos x dx$  2.  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+3x}}$  3.  $\int_0^1 (x-1)e^x dx$  4.  $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{7+\ln x}}$  5.  $\int_1^6 \frac{dx}{1+\sqrt{3x-2}}$
6.  $\int_{-2}^2 \frac{1+x^2}{\arctg x} dx$  7.  $\int_1^4 \frac{dx}{(3x+5)^2}$  8.  $\int_0^1 \frac{x^2+2x}{x^2+1} dx$  9.  $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$  10.  $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$

## Несобственные интегралы

1. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся

$$\int_1^{\infty} \sqrt{x} dx, \quad \int_1^{\infty} x^{-3} dx, \quad \int_1^{\infty} \sqrt{x^5} dx.$$

2. Вычислить интеграл, установить его сходимости или расходимости  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

3. Вычислить интеграл, установить его сходимости или расходимости  $\int_1^{\infty} \ln x dx$

6. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси  $OY$  фигуры, ограниченной линиями  $y = x^3$ ,  $y = 1$ ,  $x = 0$ .

7. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси  $OX$  фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y^2 = x$ .

8. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = -x + 2$

## Ряды

Исследовать на сходимость ряды

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^2}$ ,
2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \sin n}{n^2 + 1}$ ,
3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-3}{n^2 + 10}$ ,
4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{5^n}$ ,
5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n+3} \left(\frac{5}{7}\right)^n$ ,
6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n^n}$ ,
7.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{5n+4}\right)^{2n}$ ,
8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2 - 3}{4n^2 + 3}$ ,
9.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^3 3n}{n}$ ,
10.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{(n+1)\ln^2(n+1)}$ .

Выяснить, сходится ли абсолютно, условно или расходится ряд

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\left(\frac{3}{2}\right)^n (n+1)}$ ,
2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(6n+2)^3}$ ,
3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+2)}{6^n}$ ,
4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{5n}$ ,
5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{3n^2 + 1}}$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n}{2n-1}\right)^n.$$

3. Найти интервал сходимости ряда и исследовать его поведение на концах интервала

сходимости  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2}\right)^n$ .

4. Разложить в ряд Тейлора по степеням  $x$  функцию  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$ , используя готовое разложение.

5. Разложить в ряд Тейлора по степеням  $(x - \pi/2)$  функцию  $f(x) = \cos x$ , используя готовое разложение.

---

Оценка «отлично» выставляется студенту за 95 – 100% правильных ответов,  
оценка «хорошо» - за не менее 75% правильных ответов;  
оценка «удовлетворительно» - за не менее 50-60% правильных ответов;  
оценка «неудовлетворительно» - за менее 50 % правильных ответов.

---

### Комплект вопросов (УО)

#### ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ И НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

1. Понятие переменной величины и области ее изменения.
2. понятие функциональной зависимости, классификация функций.
3. Определение и типы числовой последовательности.
4. Предел числовой последовательности. Арифметические операции над последовательностями.
5. Условия существования конечного предела числовой последовательности (теоремы Коши и Вейерштрасса).
6. Второй замечательный предел.
7. Предел функции. Определения. Геометрическая интерпретация понятия предела функции. Свойства пределов.
8. Бесконечно малые, бесконечно большие функции.
9. Первый замечательный предел.

10. Бесконечно малые величины. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
11. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Классификация точек разрыва графика.
12. Свойства функций, непрерывных на отрезке (теоремы Вейерштрасса, Больцано – Коши).
13. Производная. Геометрический и физический смысл производной. Касательная и нормаль к плоской кривой.
14. Таблица производных основных элементарных функций.
15. Связь между существованием производной функции в точке и непрерывностью функции в той же точке.
16. Производная суммы, произведения, частного. Производная сложной и обратной функций.
17. Производная параметрически заданной функции.
18. Производная функции, заданной неявно.
19. Дифференцирование сложной показательной функции.
20. Дифференцируемость. Дифференциал. Геометрический смысл дифференциала.
21. Производные и дифференциалы высших порядков.
22. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ферма, теорема Роля, теорема Лагранжа, теорема Коши).
23. Правило Лопитала.
24. Многочлен Тейлора и его свойства. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и Пеано.
25. Асимптоты графика функции.
26. Экстремум. Необходимое условие экстремума.
27. Достаточные условия экстремума.
28. Достаточное условие возрастания (убывания) функции.
29. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
30. Выпуклость, вогнутость, точка перегиба. Достаточное условие вогнутости (выпуклости).
31. Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие перегиба.
32. Общая схема построения и исследования графика функции.
33. Определение и геометрический смысл функции двух переменных.
34. Частные производные функции нескольких переменных, их геометрический смысл
35. Функции нескольких переменных, понятие полного дифференциала.
36. Дифференцирование сложных функций нескольких переменных.
37. Производные высших порядков функции нескольких переменных. Смешанные производные. Теорема Шварца.
38. Производная функции нескольких переменных по направлению.
39. Производная по направлению и градиент скалярного поля.
40. Экстремум функции нескольких переменных.
41. Необходимое и достаточное условия экстремума функции двух переменных.

## **ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ**

1. Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов.
2. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
3. Интегрирование рациональных дробей.
4. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
5. Интегрирование тригонометрических функций, основные приемы.
6. Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона – Лейбница.
7. Приложения определенного интеграла к решению геометрических и физических задач.

8. Вычисление площадей с помощью определенного интеграла.
9. Вычисление площади и длины кривой, заданной уравнениями в параметрической форме.
10. Вычисление длины дуги с помощью определенного интеграла.
11. Вычисление длины дуги кривой, заданной параметрически.
12. Вычисление объема тела вращения с помощью определенного интеграла.
13. Вычисление площади поверхности тела вращения.
14. Несобственные интегралы первого и второго типа. Понятия сходимости и расходимости несобственного интеграла.
15. Несобственные интегралы от разрывных функций.

## РЯДЫ

1. Числовые положительные ряды. Понятие суммы бесконечного ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды.
2. Необходимый признак сходимости, теоремы сравнения.
3. Признаки Даламбера и Коши, интегральный признак.
4. Знакопеременные ряды, абсолютная и условная сходимость.
5. Теорема Лейбница о сходимости знакочередующихся рядов.
6. Функциональные ряды, равномерная сходимость, признак Вейерштрасса.
7. Степенные ряды, теорема Абеля, интервал и радиус сходимости степенного ряда.
8. Ряд Тейлора. Условия разложимости функции в ряд Тейлора.
9. Разложение в ряд Тейлора некоторых функций (табличные разложения).
10. Применение ряда Тейлора к приближенным вычислениям.

### Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ (РГР) по дисциплине Математический анализ

#### Введение в анализ

1. Найти производную  $y'_x$ :

а)  $y = \arctg^3 \ln \frac{\sqrt{x}}{x+2}$

б)  $y = (\sqrt{x})$

в)  $\sin(x-2y) + \frac{x^3}{y} = 7x$

г)  $x = e^{-t} \cos t, y = e^t \cos t$

2. Найти  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\arctg x} \right)$

3. Провести полное исследование и построить график  $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$

2. Вычислить пределы:

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} - 5^{n-1}}{3^{n+2} + 5^n}$     2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{1 - e^{x^2}}$     3.  $\lim_{x \rightarrow +0} (1 - 3x)^{\ctg 7x}$

2. Вычислить производные:

1.  $y = \frac{\cos 6x}{3 \sin(12x+1)}$     2.  $y = \arctg^2 \frac{1}{\sqrt{1-2x^2}} + \sin \ln 2x$

---

1. Построить график:  $y = \frac{x+4}{x+2}$ ;  $y = \frac{2}{\sqrt{x+2}}$

2. Найти пределы:

1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2-n)^2 - (1+n)^2}{(1+n)^2 - (2-n)^2}$       2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5} + n}$

3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2+3}{2n^2+1} \right)^{n^2}$       4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2+1} - n)$

3. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж:  $y = \begin{cases} 0, & x \leq -\pi \\ \sin x, & -\pi < x < 0 \\ \pi, & x \geq 0 \end{cases}$

---

### Неопределенный интеграл

Найти интегралы.

1.  $\int \frac{\sqrt{\operatorname{tg} x + 3}}{\cos^2 x} dx$     2.  $\int \frac{\sin 2x}{\cos^3 x} dx$     3.  $\int \frac{dx}{2x\sqrt{\ln x}}$     4.  $\int \frac{5x+1}{\sqrt{x^2+2x+7}} dx$     5.  $\int \frac{\cos(2-5\sqrt{x})}{2\sqrt{x}} dx$     6.

$\int (1-3x)\cos 5x dx$     7.  $\int \operatorname{arctg} 2\sqrt{x} dx$     8.  $\int e^{-x} \cos 5x dx$     9.  $\int x^2 \ln(x+3) dx$     10.  $\int \frac{\cos(\ln 3x+4)}{2x} dx$

11.  $\int (x^2+3x-1)3^{5x} dx$     12.  $\int 3x \sin^2 \frac{x}{3} dx$     13.  $\int (8x-3)\cos \frac{x}{4} dx$     14.  $\int (\sqrt{7}-5x)\sin x dx$

15.  $\int \frac{\operatorname{arctg} 2x+x}{1+4x^2} dx$     16.  $\int \sin^4 2x \cos^3 2x dx$

### Определенный интеграл

1. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций.
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах.
3. Найти объем тела, образованного вращением фигур. Для нечетных вариантов – относительно оси  $Ox$ , для четных вариантов – относительно оси  $Oy$ .
4. Вычислить длины дуг кривых:
  - а) заданных уравнениями в прямоугольной системе координат;
5. Вычислить площади поверхности, образованной при вращении вокруг оси  $Ox$  кривой.
6. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость.

Условия задач

1)  $y = x^2/2$ ,  $y = 1/(1+x^2)$       2)  $r = \sin^3 \varphi$       3)  $x^2 = 2y$ ,  $y = |x|$

4а)  $y = e^x$ ,  $0 \leq x \leq \ln 5$       4б)  $r = 3(1 - \sin \varphi)$      $-\pi/2 \leq \varphi \leq -\pi/6$

5)  $y = 1/x$ ,  $3 \leq x \leq 4$       6)  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{(2x-1)\sqrt{x^2-1}}$ ,  $\int_0^1 x \ln^2 x dx$

### Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;

- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускает существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя.



**Аннотация программы дисциплины**  
**«Математический анализ»**  
направление подготовки  
**27.03.02 «Управление качеством»**  
профиль подготовки  
**«Управление качеством на производстве»**  
**Очная форма обучения**  
**2020 год набора**

## 1. Цели и задачи дисциплины

К **основным целям** освоения дисциплины «Математический анализ» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.

К **основным задачам** освоения дисциплины «Математический анализ» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части блока Б1. Ее изучение обеспечивает изучение дисциплин:

*В базовой части:* теория вероятностей и математическая статистика; математическая логика и алгоритмизация в управлении качеством; информационные технологии в управлении качеством, базы данных и защита информации; программирование и программные средства управления качеством.

*В вариативной части:* основы анализа и расчета деталей технических систем; фрактальные методы анализа качества поверхностей деталей; планирование и организация эксперимента.

*В дисциплинах по выбору студента:* основы оптимизации параметров объектов.

### 3. Требования к результатам освоения дисциплины

В результате изучения дисциплины «Математический анализ» должны быть достигнуты следующие результаты как этап формирования соответствующих компетенций:

**знать:**

- основополагающие теоретические положения, предусмотренные программой дисциплины, роль и значение основных законов естественнонаучных дисциплин;

**уметь:**

- применять математические инструменты управления качеством;

**владеть:**

- методами математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования процессов для эффективного решения задач в сфере профессиональной деятельности.

### 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр
		1
Общая трудоемкость	72	72
Аудиторные занятия (всего)	54	54
В том числе		
Лекции	36	36
Практические занятия	18	18
Лабораторные занятия	нет	нет
Самостоятельная работа	18	18
Курсовая работа	нет	нет
Курсовой проект	нет	нет
Вид промежуточной аттестации		Экзамен