


Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Максимов Алексей Борисович  
Должность: директор департамента по образовательной политике  
Дата подписания: 27.09.2023 10:53:49  
Уникальный программный ключ:  
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
Московский политехнический университет

 **УТВЕРЖДАЮ**  
Декал транспортного факультета  
/П. Итурралде/  
« 29 » 05 2020 г.

Рабочая программа дисциплины  
**Математический анализ**

Направление подготовки

**15.03.03 Прикладная механика**

Профиль подготовки (образовательная программа)

**«Программирование и цифровые технологии в динамике и прочности»**

Квалификация (степень) выпускника  
**бакалавр**

Форма обучения  
**Очная**

Москва 2020

## 1. Цели освоения дисциплины

К **основным целям** освоения дисциплины «Математический анализ» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

К **основным задачам** освоения дисциплины «Математический анализ» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части блока Б1. Ее изучение обеспечивает изучение дисциплин:

*В базовой части:*

- физика;
- теоретическая механика;
- уравнения математической физики;
- основы вариационного исчисления;
- сопротивление материалов;
- теория упругости;
- метод конечных элементов;
- механика композитных конструкций.

*В вариативной части:*

- аналитическая динамика и теория колебаний;
- основы аэроупругости;
- основы физики прочности и механика разрушения;
- строительная механика машин;
- вычислительная механика.

*В дисциплинах по выбору студента:*

- устойчивость механических систем;
- устойчивость деформируемых систем;
- введение в методы оптимизации;
- физически нелинейная механика деформируемого твердого тела;
- математика-спецглавы;
- теория вероятности и математическая статистика;
- теория неупругого состояния твердого тела;
- численные методы;
- элементы математического моделирования физических процессов.

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции и должны быть достигнуты следующие результаты обучения как этап формирования соответствующих компетенций:

Код компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-2	способностью представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики	<p><b>знать:</b> как строится современная научная картина мира на основе математического моделирования</p> <p><b>уметь:</b> применять аппарат математического анализа</p> <p><b>владеть:</b> способностью применять адекватные математические модели и методы математического анализа для решения задач прикладной механики</p>
ПК-2	способностью применять физико-математический аппарат, теоретические, расчетные и экспериментальные методы исследований, методы математического и компьютерного моделирования в процессе профессиональной деятельности	<p><b>знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• основополагающие теоретические положения, методы, предусмотренные программой дисциплины</li> </ul> <p><b>уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• применять математический аппарат математического анализа для моделирования задач в профессиональной области</li> </ul> <p><b>владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• методами математического анализа</li> </ul>

		для математического моделирования и решения задач в области динамики и прочности конструкций
--	--	--

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **3** зачетные единицы, т.е. **108** академических часов (из них **54** часа – самостоятельная работа студентов).

Разделы дисциплины «Математический анализ» изучаются на первом курсе во втором семестре.

Лекции – **1** час в неделю (**18** часов), практические занятия – **2** часа в неделю (**36** часов), форма контроля – экзамен.

Структура и содержание дисциплины «Математический анализ» по срокам и видам работы отражены в Приложении 1.

#### Содержание разделов дисциплины

##### Раздел 1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

**Тема 1.1.** Функция нескольких переменных. Предел и непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Частные производные. Полный дифференциал. Производные сложной функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков.

**Тема 1.2.** Производная по направлению. Градиент. Касательная к кривой. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.

##### Раздел 2. Интегральное исчисление

**Тема 2.1.** Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования.

Метод интегрирования с помощью замены переменной, подведением под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям.

Интегрирование рациональных дробей интегрирование некоторых видов иррациональных и тригонометрических функций.

**Тема 2.2.** Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл, его свойства. Условия интегрируемости. Интеграл с переменным пределом интегрирования. Формула Ньютона – Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле.

Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой, объемов).

**Тема 2.3.** Несобственные интегралы первого и второго рода (по бесконечному промежутку, от неограниченных функций на конечном промежутке), их свойства.

**Тема 2.4.** Задачи, приводящие к понятиям кратных и криволинейных интегралов. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Вычисление двойных интегралов повторным интегрированием. Приложения кратных интегралов в геометрии и механике. Определение криволинейных интегралов первого и второго рода, их свойства и вычисления.

### **Раздел 3. Числовые и функциональные ряды**

**Тема 3.1.** Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Свойства числовых рядов. Знакоположительные ряды. Гармонический ряд. Признаки сравнения.

Методы исследования сходимости положительных рядов: признаки Даламбера, Коши, интегральный признак Коши.

**Тема 3.2.** Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Обобщенные признаки Даламбера и Коши.

**Тема 3.3.** Степенные ряды и их свойства. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.

**Тема 3.4.** Ряды Тейлора и Маклорена. Условие разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение некоторых функций в ряд Тейлора. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях.

## **5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины**

Методика преподавания дисциплины «Математический анализ» и реализация компетентностного подхода в изложении и восприятии материала предусматривают использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся:

- защита и индивидуальное обсуждение выполняемых этапов расчетно-графических работ;
  - привлечение лучших студентов к консультированию отстающих.
  - подготовка, представление и обсуждение презентаций на семинарских занятиях;
  - организация и проведение текущего контроля знаний студентов в форме бланкового тестирования;
  - проведение интерактивных занятий по процедуре подготовки к интернет-тестированию на сайтах: *i-exam.ru*, *fero.ru*;
  - использование интерактивных форм текущего контроля в форме аудиторного и внеаудиторного интернет-тестирования;
- итоговый контроль состоит в устном экзамене по математике с учетом результатов выполнения самостоятельных работ.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определен главной целью образовательной программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием дисциплины «Математический анализ» и в целом по

дисциплине составляет 50% аудиторных занятий. Занятия лекционного типа составляют 33 % от объема аудиторных занятий.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

В процессе обучения используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций:

### **три расчетно-графические работы.**

#### **Расчетно-графическая работа № 1 по функциям нескольких переменных.**

*Краткое содержание расчетно-графической работы:*

Частные производные. Производные от сложных функций. Производная по направлению и градиент. Экстремум функции двух переменных.

#### **Расчетно-графическая работа № 2 по интегральному исчислению.**

*Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:*

*Первый этап:*

Методы интегрирования. Вычисление неопределенных интегралов.

*Второй этап:*

Приложения определенных и кратных интегралов. Исследование сходимости несобственных интегралов.

#### **Расчетно-графическая работа № 3 по рядам.**

Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

*Первый этап:*

Исследование сходимости числовых рядов.

*Второй этап:*

Исследование сходимости степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды.

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, прием РГР.

Образцы тестовых заданий, заданий РГР, контрольных вопросов и заданий для проведения текущего контроля, экзаменационных билетов приведены в Приложении 2.

## 6.1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Математический анализ»

6.1.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции

Код компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать
ОПК-2	способностью представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики
ПК-2	способностью применять физико-математический аппарат, теоретические, расчетные и экспериментальные методы исследований, методы математического и компьютерного моделирования в процессе профессиональной деятельности

В процессе освоения образовательной программы данные компетенции, в том числе их отдельные компоненты, формируются поэтапно в ходе освоения обучающимися дисциплин (модулей), практик в соответствии с учебным планом и календарным графиком учебного процесса.

### 6.1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых по итогам освоения дисциплины, описание шкал оценивания

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине.

ОПК-2 способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики				
Показатель	Критерии оценивания			
	2	3	4	5
<b>знать:</b> как строится современная научная картина мира на основе математического моделирования	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний контролируемых разделов математики: не способен аргументированно и последовательно излагать матери-	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний программе: допускаются ошибки, проявляется недостаточное, поверхностное знание теории, сути мето-	Обучающийся демонстрирует достаточно глубокие знания контролируемых разделов дисциплины, отвечает на все вопросы, в том	Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний программе дисциплины, логично и аргументированно отвечает на

	ал, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом.	дов. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.	числе дополнительные. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности или дает недостаточно полные ответы.	все вопросы, в том числе дополнительные, показывает высокий уровень теоретической подготовки.
<b>уметь:</b> применять аппарат математического анализа	Обучающийся показывает недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделями или затрудняется с ответом.	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: решение задач, умение пользоваться вероятностно-статистическими методами. В решении задач могут содержаться грубые ошибки, проявляется недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: применять теоретические методы к решению задач. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения.	Обучающийся демонстрирует умение применять теорию к решению предлагаемых задач, правильно строить решения математических задач. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
<b>владеть:</b> способностью применять адекватные математические модели и методы математического анализа для решения задач прикладной механики	Обучающийся не владеет или в совершенно недостаточной степени владеет навыками применения теоретического аппарата и различных математических методов к решению задач.	Обучающийся владеет математическими методами в неполном объеме, допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность владения математической техникой, испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	Обучающийся владеет математическими методами в полном объеме, но допускает незначительные ошибки, испытывает некоторые затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	Обучающийся в полном объеме владеет изученными математическими методами, свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности.
<b>ПК-2 способность применять физико-математический аппарат, теоретические, расчетные и экспериментальные методы исследований, методы математического и компьютерного моделирования в процессе профессиональной деятельности</b>				
<b>знать:</b> основополагающие теорети-	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний про-	Обучающийся демонстрирует достаточно	Обучающийся демонстрирует полное соот-



ческие положения, методы, предусмотренные программой дисциплины	недостаточное соответствие знаний контролируемых разделов математики: не способен аргументированно и последовательно излагать материал, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом.	грамме, допускаются ошибки, проявляется недостаточное, поверхностное знание теории, сути методов. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.	глубокие знания контролируемых разделов дисциплины, отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности или дает недостаточно полные ответы.	ветствие знаний программ дисциплины, логично и аргументированно отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные, показывает высокий уровень теоретической подготовки.
<b>уметь:</b> применять математический аппарат математического анализа для моделирования задач в профессиональной области	Обучающийся показывает недостаточное умение применять известные в учебной литературе методы к решению предлагаемых задач, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом.	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: решение задач, умение пользоваться вероятностно-статистическими методами. В решении задач могут содержаться грубые ошибки, проявляется недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: применять теоретические методы к решению задач. Умения освоены, но допускаются значительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения.	Обучающийся демонстрирует умение применять теорию к решению предлагаемых задач, правильно и полно строить решения математических задач. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
<b>владеть:</b> методами математического анализа для математического моделирования и решения задач в области динамики и прочности конструкций	Обучающийся не владеет или в совершенно недостаточной степени владеет навыками применения теоретического аппарата и различных математических методов к решению задач.	Обучающийся владеет математическими методами в неполном объеме, допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность владения математической техникой, испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	Обучающийся владеет способностью на научной основе организовать свой труд и самостоятельно оценивать результаты своей работы, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при возникновении нестандартных ситуаций.	Обучающийся владеет способностью на научной основе организовать свой труд и самостоятельно оценивать результаты своей работы, даже при возникновении нестандартных ситуаций.

Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации и её описание:

## Форма промежуточной аттестации: экзамен

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Шкала оценивания	Описание
Отлично	Выполнены все <b>обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации</b> , предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при переносе знаний и умений на новые, нестандартные задачи.
Хорошо	Выполнены все <b>обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации</b> , предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности, задачи решает с недочетами, не влияющими на общий ход решения.
Удовлетворительно	Выполнены все <b>обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации</b> , предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. Но показывает неглубокие знания, при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргумента-

	цией и выводами, в решении задач могут содержаться грубые ошибки. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.
Неудовлетворительно	Не выполнены <b>обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации</b> , предусмотренные программой дисциплины, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями.

**Фонды оценочных средств представлены в приложении 2 к рабочей программе**

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) основная литература:

1. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник: в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2020 — Том 1 — 2020. — 608 с. URL: <https://e.lanbook.com/book/147144>

### дополнительная литература:

1. Ганичева, А. В. Основы теории функций комплексного переменного. Операционное исчисление: учебное пособие / А. В. Ганичева. — Тверь: ТвГТУ, 2020. — 128 с. <https://e.lanbook.com/book/171320>

### в) программное обеспечение и интернет-ресурсы:

Программное обеспечение не предусмотрено.

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте [mospolytech.ru](http://mospolytech.ru) в разделе: «Центр математического образования» (<http://mospolytech.ru/index.php?id=4486>);

Варианты контрольных заданий по дисциплине представлены на сайтах: <http://i-exam.ru>, <http://fepo.ru>.

Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:

<http://exponenta.ru>, <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm>.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для освоения дисциплины:

[www.matematikalegko.ru](http://www.matematikalegko.ru)>studentu, [www.i-exam.ru](http://www.i-exam.ru).

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы, представленные на сайте электронно-библиотечной системы Издательства Лань (<https://e.lanbook.com/>).  
[http://function-x.ru/tests\\_higher\\_math.html](http://function-x.ru/tests_higher_math.html) Тесты по высшей математике.

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Для проведения учебных занятий используются:

- лекционные аудитории и аудитории для проведения практических занятий, в том числе, оснащенные мультимедийным оборудованием для проведения аудиторных занятий (проектор, ноутбук, микрофон и т.д.);
- для работы со специализированным программным обеспечением во время интерактивных практических занятий имеются компьютерные классы университета.

## 9. Методические рекомендации для самостоятельной работы студентов

### Раздел: дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

При изучении данного раздела обратите внимание на то, что функция двух переменных имеет наглядный геометрический смысл – это поверхность в трехмерном пространстве

Надо осмыслить понятия частных производных и полного дифференциала и особенность их вычисления, овладеть техникой вычисления производных от сложной функции нескольких переменных. Следует обратить внимание на то, что для функции  $z = z(x, y)$  смешанные частные производные второго порядка равны между собой:  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$  (теорема Шварца), то есть порядок дифференцирования не имеет значения.

Для функции нескольких переменных скорость изменения функции в произвольном направлении характеризуется производной по направлению, а наибольшая скорость изменения функции будет в направлении вектора градиента. Следует обратить в этой теме внимание на необходимое и достаточное условия существования экстремума функции нескольких переменных.

### Раздел: интегральное исчисление

В интегральном исчислении решается задача, обратной той, которая рассматривалась в дифференциальном исчислении необходимо найти для данной функции  $f(x)$  такую функцию, производная от которой была бы равна заданной. Интегрирование функций – достаточно сложный раздел математики, овладеть которым можно только, если студент «возьмет» достаточно большое количество интегралов разного типа.

Надо твердо знать таблицу интегралов от основных элементарных функций, основные методы интегрирования (замена переменной, подведение под знак дифференциала, интегрирование по частям, приемы вычисления интегралов от рациональных дробей, от разного типа тригонометрических функций).

Надо осмыслить единство подхода к построению определенных, кратных, криволинейных, поверхностных интегралов – построение некоторой интегральной суммы и предельный переход.

Знать геометрический смысл и основную формулу вычисления определенных интегралов – формулу Ньютона – Лейбница, геометрические и физические приложения определенных и кратных интегралов, уметь находить площадь плоской фигуры, длину кривой, объем и площадь поверхности тел вращения.

### **Раздел: числовые и функциональные ряды**

При изучении данной темы, прежде всего, надо осмыслить понятие суммы бесконечного ряда как предела последовательности частичных сумм.

Необходимо сначала научиться классифицировать ряды по типам: числовые положительные, знакопеременные, функциональные, степенные, тригонометрические ряды Фурье. Изучить теоретические сведения: теоремы сравнения, необходимые и достаточные признаки сходимости. Знать и уметь применять достаточные признаки сходимости положительных рядов: признаки Даламбера, Коши, интегральный признак Коши.

Для знакочередующихся рядов обратить внимание на понятия абсолютной и условной сходимости. Знать признак Лейбница и обобщенные признаки Даламбера и Коши.

Для степенных рядов знать теорему Абеля, определение интервала и радиуса сходимости, обратить внимание на то, что требуется исследование поведения ряда в граничных точках интервала сходимости. Обязательно знать разложения основных элементарных функций в ряды Тейлора и Маклорена и условие разложимости функции в ряд Тейлора.

### **10. Методические рекомендации для преподавателя**

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс математики разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках её проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Соображения и рекомендации, приведенные в п. 9 рабочей программы для студентов, должны быть четко сформулированы и изложены именно преподавателем на лекциях, практических занятиях и консультациях.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно – тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.



	Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. <b>Самостоятельная работа №1 на семинаре.</b>													
2.4	<b>Раздел 2. Интегральное исчисление</b> Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования. <b><u>Выдача заданий РГР № 2 по интегральному исчислению</u></b>	2	4		2		3				+			
2.5	Интегрирование с помощью замены переменной, подведением под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям.	2	5	2	2		3							
2.6	Интегрирование дробно-рациональных функций.	2	6		2		3							
	Интегрирование некоторых видов иррациональных и тригонометрических функций.	2	7	2	2		3							
2.7	Определённый интеграл. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Существование первообразной непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле	2	8		2		3							
2.8	Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой, объёмов.	2	9	2	2		3							





	<b>Самостоятельная работа №3 на семинаре</b>													
2.18	Применение степенных рядов в приближенных вычислениях.	2	18		2		3							
	<b>Форма аттестации</b>		<b>19-21</b>										Э	
	<b>Всего часов по дисциплине во втором семестре.</b>			<b>18</b>	<b>36</b>		<b>54</b>				<b>3</b> <b>РГР</b>		<b>3</b> <b>сам.</b> <b>раб.</b>	

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**

Направление подготовки:

**15.03.03 «ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА»**

Профиль

**«Программирование и цифровые технологии в динамике и прочности»**

Квалификация (степень) выпускника:

**Инженер**

Форма обучения: очная

Кафедра «Математика»

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
Математический анализ**

- Состав: 1. Паспорт фонда оценочных средств  
2. Описание оценочных средств:  
- Экзаменационные билеты  
- Комплекты заданий для контрольных работ  
- Комплект вопросов  
- Комплект заданий для выполнения  
расчетно-графических работ

**Составитель:**

**доц., к.ф.-м.н. Е.А. Коган**

Москва, 2020 год

## ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

<b>Математический анализ</b>					
<b>ФГОС ВО 15.03.05 «Прикладная механика»</b>					
<b>Профиль «Программирование и цифровые технологии в динамике и прочности»</b>					
В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие <b>общекультурные, общепрофессиональные компетенции:</b>					
<b>КОМПЕТЕНЦИИ</b>		<b>Перечень компонентов</b>	<b>Технология формирования компетенций</b>	<b>Форма оценочного средства**</b>	<b>Степени уровней освоения компетенций</b>
<b>ИНДЕКС</b>	<b>ФОРМУЛИРОВКА</b>				
ОПК-2	способностью представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики	<p><b>знать:</b> как строится современная научная картина мира на основе математического моделирования</p> <p><b>уметь:</b> применять аппарат математического анализа</p> <p><b>владеть:</b> способностью применять адекватные математические модели и методы математического анализа для решения задач прикладной механики</p>	лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия	УО РГР Т	<p><b>Базовый уровень</b> -владеет навыками работы с основными понятиями и методами математики в рамках дисциплины</p> <p><b>Повышенный уровень</b> -свободно владеет математическим аппаратом, а также различными способами сбора, обработки и применения новой математической информации</p>
ПК-2	способностью применять физико-математический аппарат, теоретические, расчетные и экспериментальные	<p><b>знать:</b> • основополагающие теоретические положения, методы, предусмотренные программой дисциплины</p> <p><b>уметь:</b></p>	лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия	УО КР Т ЭБ	<p><b>Базовый уровень</b> владеет навыками работы с основными математическими методами, математическими и компьютерными моделями, способен проводить исследования типовых задач в профес-</p>

	<p>методы исследований, методы математического и компьютерного моделирования в процессе профессиональной деятельности</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• применять математический аппарат математического анализа для моделирования задач в профессиональной области</li> </ul> <p><b>владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• методами математического анализа для математического моделирования и решения задач в области динамики и прочности конструкций</li> </ul>			<p>сиональной сфере</p> <p><b>Повышенный уровень</b>  свободно владеет основными математическими методами, математическими и компьютерными моделями, способен творчески привлечь к задачам повышенной сложности новый физико-математический аппарат</p>
--	---	--	--	--	---

\*\* - Сокращения форм оценочных средств см. в приложении 2 к РП.

**Перечень оценочных средств по дисциплине**  
**Математический анализ**

Таблица 2

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Контрольная (самостоятельная) работа (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
2	Расчетно-графическая работа (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы
3	Устный опрос собеседование, (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
6	Экзаменационные билеты (ЭБ)	Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий.	Экзаменационные билеты. Шкала оценивания и процедура применения.
Промежуточная аттестация (ПА)		Экзамен (Э )	1) устно (У) 2) письменно (П)

## Оформление и описание оценочных средств

### 1. Экзаменационные билеты (для оценки компетенции ПК-2)

1.1. Назначение: Используются для проведения промежуточной аттестации по дисциплине "Математический анализ".

1.2. Регламент экзамена: - Время на подготовку тезисов ответов - до 45 мин.  
- Способ контроля: устные ответы.

1.3. Шкала оценивания:

**"Отлично"**- если студент глубоко и прочно освоил весь материал программы обучения, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при изменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения.

**"Хорошо"**- если студент твёрдо знает программный материал, грамотно и по существу его излагает, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.

**"Удовлетворительно"** - если студент освоил только основной материал программы, но не знает отдельных тем, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность изложения программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.

**"Неудовлетворительно"** - если студент не знает значительной части программного материала, допускает серьёзные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания.

Каждое задание экзаменационного билета оценивается отдельно. Общей оценкой является среднее значение, округлённое до целого значения.

1.4. Комплекты экзаменационных билетов включает по каждому разделу 25-30 билетов (хранятся на кафедре).

**Типовые варианты билетов прилагаются.**

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

---

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»  
Дисциплина «Математический анализ»  
Курс 1, семестр 2

#### Экзаменационный билет № 1

1. Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов.

2. Вычислить неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{5-x} + \sqrt{5-x}}$ .
3. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^{\pi/6} 3 \sin^2 x \cos x dx$ .
4. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся  
 $\int_1^{\infty} \sqrt{x} dx$ ,  $\int_1^{\infty} x^{-3} dx$ ,  $\int_1^{\infty} \sqrt{x^5} dx$ .
5. Найти частные производные второго порядка функции  $z = \cos(x^3 - 2xy)$ , убедиться, что  $z''_{xy} = z''_{yx}$ .
6. Исследовать сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \sin n}{n^2 + 1}$ .

Утверждено на заседании кафедры «Математика» «21» 03. 2020 г., протокол № 8

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Г.С. Жукова / \_\_\_\_\_ /

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
 РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
 ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
 УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
 «МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
 (МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»  
 Дисциплина «Математический анализ»  
 Курс 1, семестр 2

**Экзаменационный билет № 2**

1. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
2. Вычислить неопределенный интеграл  $\int x e^{-x^2} dx$ .
3. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$ .
4. Вычислить двойной интеграл  
 $\iint_{(D)} (10 - x^2 - y^2) dx dy$ ,  $D = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$ .
5. Вычислить криволинейный интеграл  $\oint_L x dx + (x+y) dy$ , где  $L$  - окружность  $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$ .
6. Разложить в ряд Тейлора по степеням  $x$  функцию  $f(x) = \frac{1}{(x-2)(x-3)}$ , используя готовое разложение.

Утверждено на заседании кафедры «Математика» «21» 03. 2020 г., протокол № 8

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Г.С. Жукова / \_\_\_\_\_ /

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
 РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
 ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ



УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»  
Дисциплина «Математический анализ»  
Курс 1, семестр 2

**Экзаменационный билет № 3**

1. Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона – Лейбница.
2. Вычислить неопределенный интеграл  $\int \frac{x-2}{(x-3)(x-4)} dx$ .
3. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость  $\int_e^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}$ .
4. Вычислить двойной интеграл  $\iint_{(D)} (x+y) dx dy$ ,  $D$  – множество точек плоскости, ограниченное линиями  $y = x$ ,  $y = x^2$ .
5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_L 2xy dx - x^2 dy$  вдоль отрезка прямой, выходящего из начала координат  $O(0;0)$  и заканчивающегося в точке  $A(2;1)$ .
6. Выяснить, сходится ли абсолютно, условно или расходится ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{n}{2n-1} \right)^n$ .

Утверждено на заседании кафедры «Математика» «21» 03. 2020 г., протокол № 8  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Г.С. Жукова / \_\_\_\_\_ /

**Комплекты тестовых заданий и контрольных работ (Т, КР)  
(для оценки компетенций ОПК-2, ПК-2)**

по дисциплине Математический анализ  
(наименование дисциплины)

**Функции нескольких переменных**

Найти частные производные второго порядка, убедиться, что  $z''_{xy} = z''_{yx}$

1.  $z = e^{x^2-y^2}$ , 2.  $z = \cos(x^3 - 2xy)$ , 3.  $z = \sqrt{y^2 - 2x}$ , 4.  $z = \ln(xy - x^2)$ , 5.  $z = \frac{x^2 + 3y^2}{xy}$ , 6.  $z = \operatorname{ctg}(2x + 3y)$ , 7.  $z = \sin(x^2 y)$ , 8.  $z = e^{x/y}$ , 9.  $z = x \cos^2 y$ , 10.  $z = y^2 \sin^2 x$ .

Найти градиент функции  $z = f(x, y)$  в точке  $M_0(x_0, y_0)$

1.  $z = \frac{y^2}{\sqrt{x}}$ ,  $M_0(4,6)$ ; 2.  $z = \frac{x^4 + 3y^2}{4xy}$ ,  $M_0(1,-1)$ ; 3.  $z = \frac{y^2}{x^3}$ ,  $M_0(2,-2)$ ;
4.  $z = x^3 - 3y^2 x$ ,  $M_0(3,2)$ .

Исследовать на экстремум функцию

1.  $z = x^2 - x + y^2 + 2y$ , 2.  $z = 2x^2 + xy - x + y^2$ ,

3.  $z = x^2 - 2x + 4y - y^2$ ,

4.  $z = x^2 - 3x + 3y^2 + 4y$ ,

5.  $z = x^2 + y^2 + 4xy$ .

**ИНТЕГРАЛЫ****Вычислить неопределенные интегралы**

1.  $\int \frac{dx}{2(x + \sqrt{x})}$     2.  $\int x \cdot 2^{-x} dx$     3.  $\int e^x \cos x dx$     4.  $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 18}$     5.  $\int x \cos 3x dx$

6.  $\int \frac{dx}{x^2 + 6x + 5}$     7.  $\int \frac{x-1}{\sqrt{x+1}+2} dx$     8.  $\int \frac{x+1}{x^2+3} dx$     9.  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin x}$     10.  $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$

**Вычислить определенные интегралы**

1.  $\int_0^{\pi/6} 3 \sin^2 x \cos x dx$     2.  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+3x}}$     3.  $\int_0^1 (x-1)e^x dx$     4.  $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{7+\ln x}}$     5.  $\int_1^6 \frac{dx}{1+\sqrt{3x-2}}$     6.

7.  $\int_{-2}^2 \frac{1+x^2}{\arctg x} dx$     8.  $\int_1^4 \frac{dx}{(3x+5)^2}$     9.  $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$     10.  $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$

**Несобственные интегралы**

1. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся

$$\int_1^{\infty} \sqrt{x} dx, \quad \int_1^{\infty} x^{-3} dx, \quad \int_1^{\infty} \sqrt{x^5} dx.$$

2. Вычислить интеграл, установить его сходимости или расходимости  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$ 3. Вычислить интеграл, установить его сходимости или расходимости  $\int_1^{\infty} \ln x dx$ 4. Вычислить несобственный интеграл  $\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{x}}$ , установить его сходимости или расходимости.5. Вычислить несобственный интеграл  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2}$ , установить его сходимости или расходимости.1. Вычислить несобственный интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{x^3}$ , установить его сходимости или расходимости.**Вычислить двойные интегралы**

1.  $\iint_{(D)} (x+5y) dx dy, \quad D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}.$

2.  $\iint_{(D)} (10 - x^2 - y^2) dx dy, \quad D = \{(x, y) | 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}.$

3.  $\iint_{(D)} (x+y) dx dy, \quad D$  – множество точек плоскости, ограниченное линиями  $y = x, \quad y = x^2$ .

4.  $\iint_{(D)} 4xy dx dy, \quad D$  – множество точек плоскости, ограниченное линиями  $x=1, \quad y=x, \quad y=3x$

5.  $\iint_{(D)} (x^2 + y) dx dy, \quad D$  – множество точек плоскости, ограниченное линиями

$$y = x/2, \quad y = 2x, \quad y = 2/x \quad (x > 0).$$

Вычислить двойные интегралы, перейдя к полярным координатам

$$1. \iint_{(D)} (4x^2 + 4y^2 + 6) dx dy, \quad \text{где } D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

$$2. \iint_{(D)} (3\sqrt{x^2 + y^2} - 2) dx dy, \quad \text{где } D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле

$$1. \int_0^1 \int_0^{x^2} (x^2 + y^2) dx dy, \quad 2. \int_0^2 dx \int_{2x}^{6-x} f(x, y) dy, \quad 3. \int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x, y) dx.$$

Вычислить криволинейные интегралы

$$1. \int_L x\sqrt{y} dx + (x + y) dy, \quad \text{где } L - \text{ дуга параболы } y = x^2 \text{ с направлением от точки } B(2;4) \text{ к точке } A(0;0).$$

$$2. \int_L 2xy dx - x^2 dy \quad \text{вдоль отрезка прямой, выходящего из начала координат } O(0;0) \text{ и заканчивающегося в точке } A(2;1).$$

$$3. \int_L 2xy dx - x^2 dy \quad \text{вдоль дуги параболы } y = x^2 \text{ с начальной } O(0;0) \text{ и конечной } A(2;4) \text{ точками.}$$

$$4. \int_L 2xy dx + x^2 dy \quad \text{вдоль ломаной ОВА, где } O(0;0), B(2;0) \text{ и } A(2;1).$$

$$5. \text{Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси } OY \text{ фигуры, ограниченной линиями } y = x^3, y = 1, x = 0.$$

$$6. \text{Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси } OX \text{ фигуры, ограниченной линиями } y = x^2, y^2 = x.$$

$$7. \text{Найти площадь фигуры, ограниченной линиями } y = x^2, y = -x + 2$$

## РЯДЫ

Исследовать на сходимость ряды

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^2}, \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \sin n}{n^2 + 1}, \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-3}{n^2 + 10}, \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{5^n}, \quad 5. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n+3} \left(\frac{5}{7}\right)^n,$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n^n}, \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{5n+4}\right)^{2n}, \quad 8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2-3}{4n^2+3}, \quad 9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^3 3n}{n}, \quad 10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{(n+1) \ln^2(n+1)}.$$

Выяснить, сходится ли абсолютно, условно или расходится ряд

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\left(\frac{3}{2}\right)^n (n+1)}, \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(6n+2)^3}, \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+2)}{6^n}, \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{5n}, \quad 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{3n^2+1}}.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n}{2n-1}\right)^n.$$

3. Найти интервал сходимости ряда и исследовать его поведение на концах интервала

$$\text{сходимости} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2}\right)^n.$$

$$4. \text{Разложить в ряд Тейлора по степеням } x \text{ функцию } f(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 6}, \text{ используя готовое разложение.}$$

$$5. \text{Разложить в ряд Тейлора по степеням } (x - \pi/2) \text{ функцию } f(x) = \cos x,$$

используя готовое разложение.

---

Оценка «отлично» выставляется студенту за 95 – 100% правильных ответов, оценка «хорошо» - за не менее 75% правильных ответов; оценка «удовлетворительно» - за не менее 50-60% правильных ответов; оценка «неудовлетворительно» - за менее 50 % правильных ответов.

**Комплект вопросов (УО)  
(для оценки компетенций ОПК-2, ПК-2)**

**ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ**

1. Определение и геометрический смысл функции двух переменных.
2. Линии уровня функции двух переменных.
3. Частные производные функции нескольких переменных, их геометрический смысл
4. Функции нескольких переменных, понятие полного дифференциала.
5. Дифференцирование сложных функций нескольких переменных.
6. Производные высших порядков функции нескольких переменных. Смешанные производные. Теорема Шварца.
7. Производная функции нескольких переменных по направлению.
8. Производная по направлению и градиент скалярного поля.
9. Экстремум функции нескольких переменных.
10. Необходимое и достаточное условия экстремума функции двух переменных.

**ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ**

1. Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов.
2. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
3. Интегрирование с помощью подведения под знак дифференциала.
4. Интегрирование рациональных дробей.
5. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
6. Интегрирование тригонометрических функций, основные приемы.
7. Интегрирование иррациональных функций.
8. Универсальная тригонометрическая подстановка.
9. Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона – Лейбница.
10. Приложения определенного интеграла к решению геометрических и физических задач.
11. Вычисление площадей с помощью определенного интеграла.
12. Вычисление площади и длины кривой, заданной уравнениями в параметрической форме.
13. Вычисление площади криволинейного сектора в полярных координатах.
14. Вычисление площадей в прямоугольных и полярных координатах с помощью определенного интеграла.
15. Вычисление длины дуги с помощью определенного интеграла.
16. Вычисление длины дуги кривой, заданной параметрически.
17. Вычисление объема тела вращения с помощью определенного интеграла.
18. Вычисление площади поверхности тела вращения.
19. Несобственные интегралы первого и второго типа. Понятия сходимости и расходимости несобственного интеграла.
20. Несобственные интегралы от разрывных функций.

**Кратные, криволинейные интегралы**

1. Двойной интеграл, определение и свойства.

- Правила вычисления двойного интеграла.
- Некоторые приложения двойного интеграла (к вычислению площадей, объемов, статических моментов, моментов инерции, координат центра тяжести).
- Тройной интеграл, определение и свойства.
- Криволинейный интеграл первого типа.
- Криволинейный интеграл второго типа.
- Необходимое и достаточное условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.

## РЯДЫ

- Числовые положительные ряды. Понятие суммы бесконечного ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды.
- Необходимый признак сходимости, теоремы сравнения.
- Признаки Даламбера и Коши, интегральный признак.
- Знакопеременные ряды, абсолютная и условная сходимость.
- Теорема Лейбница о сходимости знакочередующихся рядов.
- Функциональные ряды, равномерная сходимость, признак Вейерштрасса.
- Степенные ряды, теорема Абеля, интервал и радиус сходимости степенного ряда.
- Ряд Тейлора. Условия разложимости функции в ряд Тейлора.
- Разложение в ряд Тейлора некоторых функций (табличные разложения).
- Применение ряда Тейлора к приближенным вычислениям.

### Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ (РГР) (для оценки компетенций ОПК-2)

по дисциплине Математический анализ  
(наименование дисциплины)

## ИНТЕГРАЛЫ

### Неопределенный интеграл

Найти интегралы.

- $\int \frac{\sqrt{\operatorname{tg} x + 3}}{\cos^2 x} dx$
- $\int \frac{\sin 2x}{\cos^3 x} dx$
- $\int \frac{dx}{2x\sqrt{\ln x}}$
- $\int \frac{5x+1}{\sqrt{x^2+2x+7}} dx$
- $\int \frac{\cos(2-5\sqrt{x})}{2\sqrt{x}} dx$
- $\int (1-3x)\cos 5x dx$
- $\int \operatorname{arctg} 2\sqrt{x} dx$
- $\int e^{-x} \cos 5x dx$
- $\int x^2 \ln(x+3) dx$
- $\int \frac{\cos(\ln 3x+4)}{2x} dx$
- $\int (2-x)\ln \sqrt[3]{x} dx$
- $\int (x^2+3x-1)3^{5x} dx$
- $\int 3x \sin^2 \frac{x}{3} dx$
- $\int (8x-3)\cos \frac{x}{4} dx$
- $\int (\sqrt{7}-5x)\sin x dx$
- $\int (x-1)^3 \ln^2(x-1) dx$
- $\int \frac{\operatorname{arctg} 2x+x}{1+4x^2} dx$
- $\int \frac{9(\sin x + \cos x)}{(\cos x - \sin x)^5} dx$
- $\int \frac{x^5 - x^4 - 4x^3 + 13x}{x(x-1)(x-2)} dx$
- $\int \frac{2x^3 - 6x^2 + 7x - 4}{(x+1)(x-2)^2} dx$
- $\int \frac{x^3 + 2x^2 + 2x + 1}{(x^2+1)(x^2+x+2)} dx$
- $\int \sin^4 2x \cos^3 2x dx$
- $\int \sin^2 x \cos^2 3x dx$
- $\int \frac{dx}{(4-x^2)\sqrt{3+x^2}} dx$
- $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x+4}-5}$

### Определенный интеграл

1. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций.
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах.
3. Найти объем тела, образованного вращением фигур. Для нечетных вариантов – относительно оси  $Ox$ , для четных вариантов – относительно оси  $Oy$ .
4. Вычислить длины дуг кривых:
  - а) заданных уравнениями в прямоугольной системе координат;
  - б) заданных уравнениями в полярных координатах – для четных вариантов, уравнениями в параметрической форме – для нечетных вариантов.
5. Вычислить площади поверхности, образованной при вращении вокруг оси  $Ox$  кривой.
6. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость.

Условия задач

- |  |   |                                   |
|--|---|-----------------------------------|
| 1) $y = x^2/2, \quad y = 1/(1+x^2)$      | 2) $r = \sin^3 \varphi$   | 3) $x^2 = 2y, \quad y =  x $      |
| 4а) $y = e^x, \quad 0 \leq x \leq \ln 5$ | 4б) $r = 3(1 - \sin \varphi)$   | $-\pi/2 \leq \varphi \leq -\pi/6$ |
| 5) $y = 1/x, \quad 3 \leq x \leq 4$      | 6) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{(2x-1)\sqrt{x^2-1}}, \quad \int_0^1 x \ln^2 x dx$ |                                   |

### Кратные, криволинейные интегралы

1. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле  $\int_0^2 dy \int_{y-2}^{2y} f(x, y) dx$ .
2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 = 4x, \quad z = x, \quad z = 3x$ .
3. Вычислить механические характеристики пластины - условия, задающие пластину:  $\triangle ABC, A(0;0), B(-3;0), C(0;1)$  Найти  $x_c, y_c$ .

### Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускает существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя.